

基于改进剪切波的角点检测



卫悦, 张译之, 王暄*

陕西师范大学物理学与信息技术学院, 陕西西安 710119

摘要: 图像角点在图像处理与分析、机器视觉等领域具有重要理论意义与应用价值, 然而, 现有的多尺度分析角点检测器未能充分利用多尺度和多方向的结构信息, 这影响了它们的检测精度和对角点的定位能力。基于剪切波变换的基本原理, 分析其在图像多尺度、多方向分解的局限性, 将尺度函数改进为较为平坦下降沿的巴特沃斯型, 之后针对辅助函数改进得到新的非零可积函数, 进而提出新的基于改进剪切波的多尺度、多方向图像分解方法。实验结果表明该方法不仅在图像多尺度分解后得到的小尺度的纹理效果得到部分提升, 解决了之前剪切波小尺度局部图像与原图像差异性大、纹理杂乱的问题, 而且图像重构效果亦有所改进且具有较强的鲁棒性。在图像角点检测领域利用该算法可充分利用多尺度和多方向的结构信息进而提升图像角点检测的定位精度, 降低错检、漏检率, 而且具有较好的鲁棒性。

关键词: 剪切波; 多尺度图像分解; 角点检测

DOI: [10.57237/j.cst.2025.03.002](https://doi.org/10.57237/j.cst.2025.03.002)

Corner Detection Based on Improved Shearlet Transform

Yue Wei, Yizhi Zhang, Xuan Wang*

College of Physics and Information Engineering, Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China

Abstract: Image corners have important theoretical significance and application value in the fields of image processing and analysis, machine vision, etc., however, the existing multi-scale analysis corner detectors fail to make full use of the multi-scale and multi-direction structural information, which affects their detection accuracy and diagonal positioning ability. Based on the basic principle of shear wave transform, the limitations of multi-scale and multi-direction image decomposition are analyzed, and the scale function is improved to the Butterworth type with a relatively flat falling edge, and then a new non-zero integrable function is obtained for the auxiliary function, and then a new multi-scale and multi-directional image decomposition method based on improved shear wave is proposed. Experimental results show that the proposed method not only partially improves the small-scale texture effect obtained after multi-scale image decomposition, but also solves the problem of large difference and messy texture between the previous small-scale local image and the original image of the clipping wave, and the image reconstruction effect is also improved and has strong robustness. In the field of image corner detection, the algorithm can make full use of multi-scale and multi-direction structural information to improve the positioning accuracy of image corner detection, reduce the error detection and missed detection rate, and has good robustness.

Keywords: Shearlet; Multiscale Image Decomposition; Corner Detection

*通信作者: 王暄, wxuan@snnu.edu.cn

1 引言

随着人工智能与计算机技术的飞速发展，图像处理技术已渗透至医学影像分析、卫星遥感监测、安防目标追踪等核心领域。图像角是图像处理中的一个重要局部特征，角检测是许多图像处理任务的关键预处理步骤，如图像匹配、模式分类、运动估计和目标跟踪等。

角点检测研究始于 Moravec [1]的突破性发现：角点区域的灰度模式在多个方向上呈现显著变化。基于此，Harris 等人提出经典的双向结构张量方法，通过计算图像梯度的一阶导数构建“角分数”，实现高效角点定位。然而，Harris 检测器对噪声敏感且仅能有效识别“L”形角点，难以区分边缘与复杂角结构。后续研究通过引入 Hessian 矩阵、希尔伯特变换等二阶导数方法提升精度，但仍受限于方向描述能力的不足。为突破这一局限，Zhang 等人提出一组各向异性高斯核代替 Harris 探测器中的高斯核，通过扩展方向导数提升多角度适应性；基于轮廓的方法则尝试从边缘形状中推导角点，但其性能严重依赖图像先验的分割和边界跟踪。[2]这些方法虽在特定场景下有效，却面临着模板参数化难以覆盖具有不同方向和附属角度的角类型的局限性。

近年来，多尺度分析技术被广泛用于角点检测。小波变换 (Wavelet Transform, WT) 因其不仅可以实现一维分段光滑函数较稀疏的表达，而且能够使一维信号进行最优表达，极大改善了传统的多尺度分析算法。然而小波的方向识别能力有限，为了提高识别精度研究者转向 Gabor 小波及 Log-Gabor 小波[3]等改进方案。Gao 等人提出的 LGWTSM 方法对 Log-Gabor 小波系数进行加权求和，构建双方向结构张量，拓宽了小波方向的局限性，但其非正交核函数引发的系数冗余与信息丢失问题，仍制约着检测精度[4]。

为克服传统小波在多维奇异特征表达上的不足，脊波 (Ridgelet)、曲线波 (Curvelet)、轮廓波 (Contourlet) [5]等应运而生，实现了对曲线奇点的稀疏表示与线奇异的最优表达。然而，这类方法往往仅针对特定奇异类型设计，且结构复杂度高，难以兼容经典小波的高效性。剪切波 (Shearlet) 凭借自身具有的平移因子、伸缩因子及剪切因子进而构成类似于变换的仿射系统以及多分辨结构脱颖而出：剪切算子不仅可以用来获取奇异点及奇异曲线的方向，而且剪切波能够对图像复杂曲线奇异信息进行最优表达，在空间域则保持经

典小波的简理论框架，成为首个兼具高效性与高方向分辨率的角点检测工具。

Duan [6]团队将双树三维剪切波应用于 MRI 图像解析，然后利用 Harris 角探测器中的结构张量分析图像结构信息进行融合；Duval-Poo 等人[7]提出了基于剪切波的角点检测方法，构建测量函数，通过在所有尺度上对所有方向的剪切系数相加，用于图像角点检测不仅对噪声和尺度变换具有高度的鲁棒性而且检测精度有所提升。然而，传统剪切波在角点检测中仍面临四大瓶颈：(1)旁瓣效应导致局部结构多峰干扰；(2)方向独立性假设与真实角点多向特性冲突；(3)傅里叶域的支持度有限，引发边缘扩展的问题进而导致错误检测；(4)其较大包络的空间滤波器抑制图像中的高频分量导致角点结构信息模糊；(5)尺度与方向参数的强耦合限制多尺度信息方向信息进行角点检测。针对上述问题，Duval-Poo 等人[8]提出系统性改进方案，通过采用反对称小波替代传统 Meyer 母波，有效抑制剪切系数的多峰干扰；在提升噪声鲁棒性的同时减少高频信息损失。然而，该方法在粗尺度方向信息计算时会极大增加定位偏差。

基于上述现状与发展情况及剪切波变换的基本原理，提出了改进剪切波的多尺度、多方向图像分解方法，为验证方法的有效性，本研究在标准数据集上对比改进剪切波算法与经典角点检测 (Harris、SIFT) 方法的性能。在在噪声干扰、多尺度场景下的检测精度与鲁棒性等方面验证改进剪切波算法的可适用性。

2 改进剪切波变换的图像多尺度分析

针对传统小波与轮廓波等在多尺度、多方向分解中的局限性，本部分将对现有的剪切波变换母剪切波公式进行改进，以减少旁瓣效应引起的多峰干扰等问题。通过改进后的新型剪切波变换的图像多尺度分解的低尺度的效果与重构结果进行了测试与分析，以及滤噪效果对比试验，通过实验验证了本章节所提出改进剪切波在多尺度、多方向图像分解方面的可行性与优势。

2.1 剪切波变换多尺度图像分解

剪切波母函数 $\psi \in L^2(\square^2)$ 是通过 $\hat{\psi}_1$ 和 $\hat{\psi}_2$ 构建的。

二维剪切波可以通过在二维坐标系中旋转一维小波 $\hat{\psi}_1$ 实现。旋转使小波在其正交方向上具备有限的支撑，并使小波具有各向异性。旋转的角度由 $\hat{\psi}_2$ 支撑决定。

$\hat{\psi}_1$ 通常选择是 Meyer 小波， $\hat{\psi}_2$ 是一个非零平方可积函数，定义为(1):

$$\hat{\psi}_2(\omega) = \begin{cases} \sqrt{v(1+\omega)} & \text{for } \omega \leq 0 \\ \sqrt{v(1-\omega)} & \text{for } \omega > 0 \end{cases} \quad (1)$$

辅助函数的 $v(x)$ 被定义为:

$$v(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 35x^4 - 84x^5 + 70x^6 - 20x^7 & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{for } x > 1 \end{cases} \quad (2)$$

Meyer 小波包络如图 1(a)所示，它是一个带限函数由如图 1(a)可知其在傅里叶域衰减非常快，这将导致空间域的旁瓣效应（见图 1(d)），在灰度值急剧变化的位置导致多个响应，这将导致检测出多个角，如图 2 所示。传统傅里叶域 3 个尺度剪切波变换方向图如图 1(b)所示，傅里叶和空间域的一个剪切波变换分别如图 1(c)和(d)所示。在图 2(b)、(c)和(d)中，分别将每个尺度上图像中每个方向的 Shearlet 系数的绝对值相加以得到合成图像。从图 2 中通过传统剪切波变换获得的结构信息可以看出对于角点可能会出现重复检测的情况。

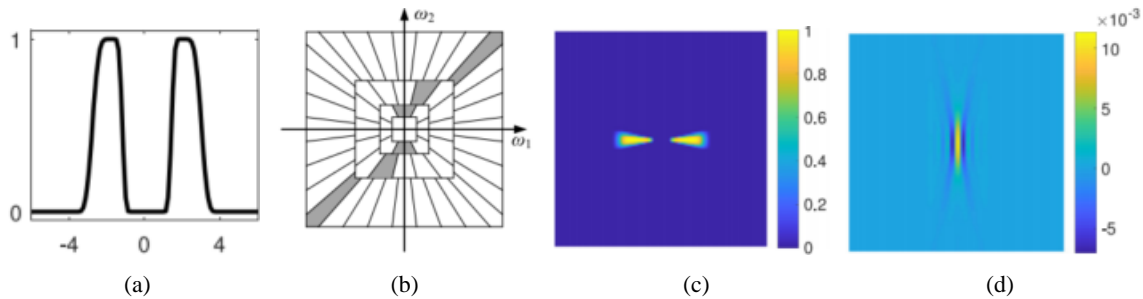


图 1 传统剪切波变换 (a) Meyer 小波包络; (b) 传统剪切波变换在傅里叶域内三尺度方向图; (c) 传统剪切波在傅里叶域内的剪切带; (d) 在空间域的包络

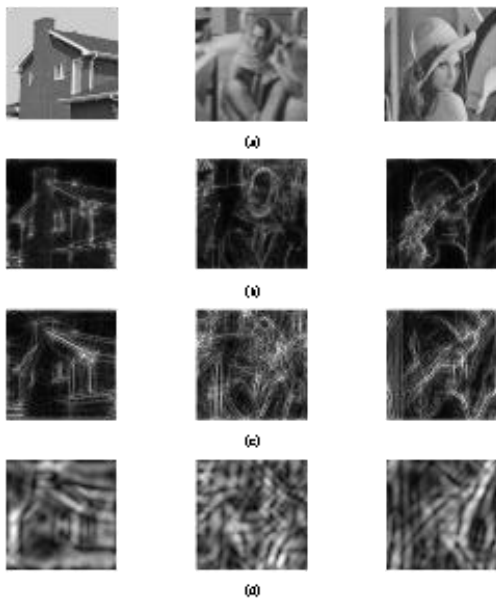


图 2 原始图像和由传统剪切波获得的局部结构信息图像 (a) 原始图像; (b) $j=2$ 生成局部结构信息合成图像; (c) $j = 1$ 生成局部结构信息合成图像; (d) $j = 0$ 生成局部结构信息合

成图像

从图 1(b)可以看出，在传统的剪切波变换中，相邻方向的剪切波之间没有重叠。该特性的优点是，该剪切波可以为各向异性函数提供最优的稀疏表示，这非常有利于图像压缩和稀疏表示。然而，不重叠的剪切波不能获得足够的结构信息来应用于检测角点。换句话说，由于一个角不是简单地由直线形成的，而且在其背景中可能会有多个方向的强度变化，因此在相邻两个方向上的结构信息并不是完全独立的。因此，在图像分解应考虑到所有相邻方向上的结构信息的相关性。

由于 $\hat{\psi}_2$ 是一个具有支撑 $\psi_2 \subseteq [-1, 1]$ 的非零平方可积函数，剪切波的母函数在傅里叶域上有限的支持。因此，相应的空间滤波器具有更大的包络线。[9]这导致，在边缘周围的区域，结构信息在边缘的末端被扩展，即边缘延伸的问题，在两条边缘之间的延伸相交的情况下导致错误的检测。此外，在傅里叶域带宽有

限，在空间域包络线较大的滤波器抑制了高频分量，使得从图像中提取的详细信息不太清晰。

2.2 基于改进剪切波变换的图像多尺度分解

在剪切波提出之初函数 $\hat{\psi}_1$ 是 Meyer 小波，主要是该函数带宽受限且 C^∞ 在频域中，能够在空间域中快速衰减。然而 Meyer 小波是一个偶数函数会产生旁瓣效应引起多峰问题，为了解决该问题 Mallat 和 Zhong 提出的具有傅里叶域解析表达式的反对称小波代替 Meyer 小波，它具有高斯一阶导数的相同性质，该小波定义为：

$$\hat{\psi}_1(\omega) = i\omega \left(\frac{\sin(\omega/4)}{\omega/4} \right)^{2l+2} \quad (3)$$

如图 3(a)所示，该小波的衰减速度比 Meyer 小波要慢得多。从图 3(c)与图 1(d)相比可以看出 Mallat 和 Zhong 所提出的小波可以使其空间域内的旁瓣效应得到有效抑制。该小波在傅里叶域中没有得到严格的支持，但是它的基本支持是有限的。虽然换用该小波有效克服了图像的多峰响应问题。然而其边框窄，有杂余且在傅里叶域中反对称易造成剪切结果相反。适应该反对称小波虽然下降沿陡峭问题得到解决但是其引入的反对称问题对图像多尺度、多方向分解仍待解决。

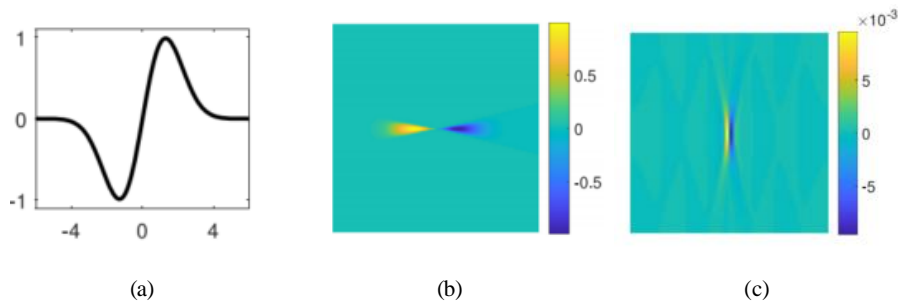


图 3 被(3)修正后的反对称小波作为 $\hat{\psi}_1$ (a) 反对称小波的函数包络；(b) 在 Fourier 域中的修正 shearlet 变换的剪切带；(c) 在空间域的包络

对于下降较为陡峭的情况，经本身特性及实验测试确定采用巴特沃斯滤波器 (Butterworth filter) 进行改进，该滤波器是最大平坦滤波器，不仅具有连续衰减的特性而且其变化较为平缓。Butterworth filter 通频带内的频率响应曲线较为平坦纹波较少与此同时阻频带范围中响应曲线可以缓慢趋近于 0。

连续时间巴特沃斯低通滤波器可用表达式(4)表示为：

$$|B(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{j\omega}{j\omega_c} \right)^{2N}} \quad (4)$$

其中， $B(j\omega)$ 为连续时间巴特沃斯传递函数， ω 为频率， ω_c 为滤波器截止频率， N 为阶数，该滤波器 Bode 图如图 4 所示。

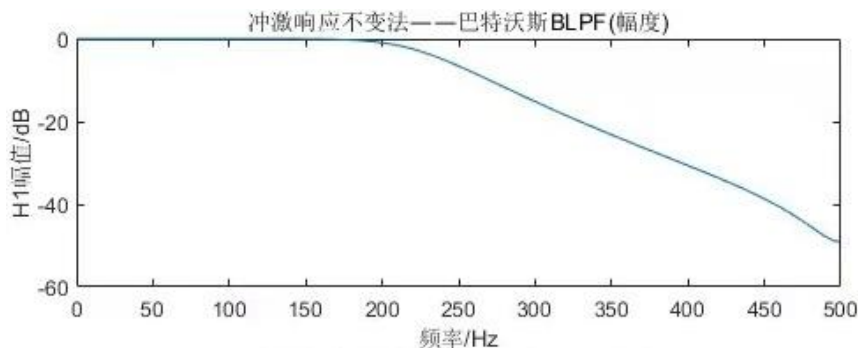


图 4 巴特沃斯 Bode 图

根据上述巴特沃斯滤波器基本性质可以将低频部分的尺度函数 $\varphi(\omega)$ 重新改进, 再考虑到剪切波在零尺度基本图像纹理信息较乱, 与原图像差异较大, 可以对其范围通过引入 n 进行调制, 对剪切波的低尺度进行扩充, 最后可以得到尺度函数的表达式见(5):

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{for } |\omega| \leq \frac{n}{2} \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega - \frac{n}{2}}{x_0}\right)^{2N_0}} & \text{for } \frac{n}{2} < |\omega| < n \end{cases} \quad (5)$$

选择尺度函数 φ 的衰减与 $\hat{\psi}_1$ 的增加相匹配。对于 $|\omega| \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, 满足如下表达式:

$$|\hat{\psi}_1(\omega)|^2 + |\varphi(\omega)|^2 = \sin^2\left(\frac{\pi}{2}v(2|\omega|-1)\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2}v(2|\omega|-1)\right) = 1$$

由上式可知, φ 与 $\hat{\psi}_1$ 平方和恒为 1, 通过与表达式(5)联立计算, 可得 $\hat{\psi}_1(\omega)$ 的表达式为(6):

$$\hat{\psi}_1(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{for } |\omega| \leq \frac{n}{2} \\ \sqrt{1 - \varphi^2(\omega)} & \text{for } \frac{n}{2} < |\omega| < n \\ 1 & \text{for } n \leq |\omega| \leq 2n \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega - 2n}{x_1}\right)^{2N_1}} & \text{for } 2n < |\omega| < 4n \\ 0 & \text{for } |\omega| \geq 4n \end{cases} \quad (6)$$

通过设置 $v'(x) = cx^k(x-1)^k$, 用一个新的函数 $v(x)$ 可以很容易地构造出更高级别的平滑度。这些 Shearlets 在 C^k 范围内。为了获得 C^∞ 中的 Shearlet, 需要另一个在 $n \geq 1$ 范围内 $v^{(n)}(0) = 0 = v^{(n)}$ 的函数 $v(x)$ 。进而可得:

$$v(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{z(x-1)}{z(x-1) + z(x)} & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases} \quad (7)$$

其中, $z(x) = e^{-\left(\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1-x)^2}\right)}$

通过(1)和表达式(8)联立计算获得非零可积函数 $\hat{\psi}_2$ 使得相邻方向的结构信息相互关联进而一定程度上解决边缘延展问题。

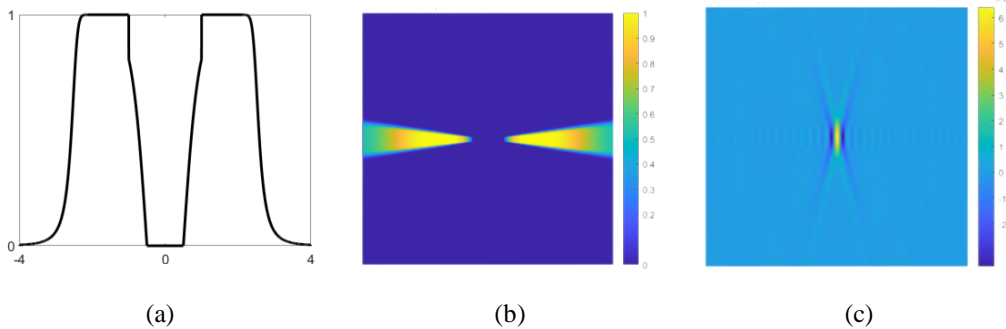


图 5 表达式(7)修正后的小波作为 $\hat{\psi}_1$ 以及重新定义后的 $\hat{\psi}_2$ 的剪切波作为改进剪切波(a) 式(7)函数包络; (b) 在 Fourier 域中的改进 shearlet 变换的剪切带; (c) 在空间域的包络

从图 5 可以看出, 改进后的剪切波在傅里叶域的包络明显增大, 可以提取更多每个方向上的高频信息。因此, 其在空间域内的包络线被显著减少, 并且可以

有效地抑制结构信息边缘的扩展。通过重新定义 $\hat{\psi}_2$, 有效地缓解了结构信息的扩展问题, 在每个尺度上获得的结构信息来比较, 可以看出每个尺度上获得的结

构信息图 6 比图 2 更加清晰，且其边缘的延展问题，双角点现象等结构信息的扩展问题得到了有效缓解。

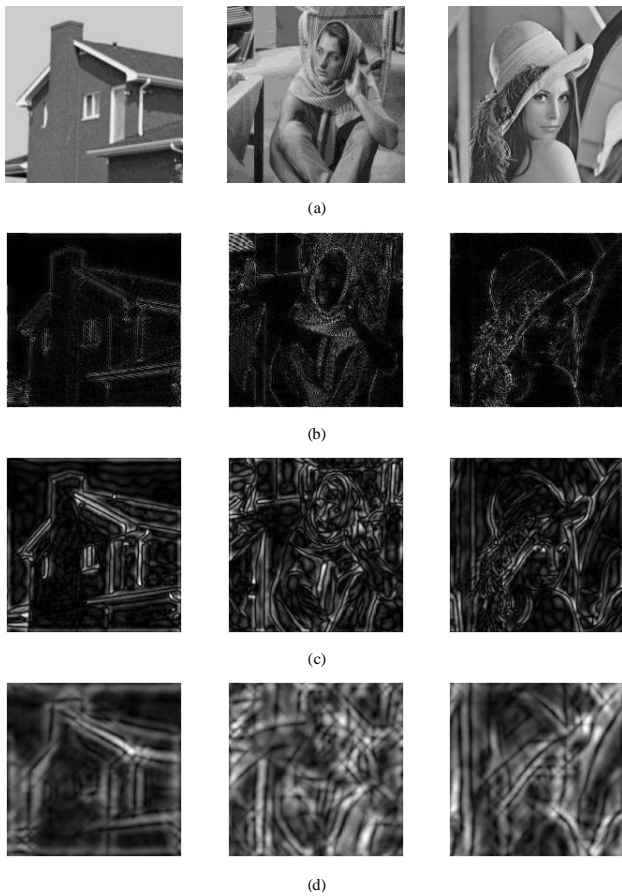


图 6 原始图像和由改进剪切波获得的局部结构信息图像 (a) 原始图像；(b) $j=2$ 生成局部结构信息合成图像；(c) $j=1$ 生成局部结构信息合成图像；(d) $j=0$ 生成局部结构信息合成图像

图 7 是将改进剪切波进行图像多尺度分解后得到小尺度与传统剪切波所得到的结果进行对比效果图。局部信息图与原图像的均方误差 MSE、信噪比 PSNR、结构相似度 SSIM、NC 等方面对比情况见表 1。通过剪切波对图像进行多尺度、多方向分解后，利用剪切波变换逆变换对其进行重构见图 8，分别从 MSE、PSNR 及 SSIM 等方面与传统剪切波重构后的图像进行对比，结果见表 2。

从图 7 可以明显看出通过改进剪切波对图像多尺度多方向分解后，获取小尺度可以得出，在对剪切波进行一些数学基本原理以及数学表达式的优化后，在 0 尺度这个本身基本较难看出图像基本轮廓的局部图像优化为具备一定的图像基本波形与纹理的局部图像。可见从主观视觉分析，本章的改进剪切波基本算法在

图像小尺度方面具有一定实际意义。

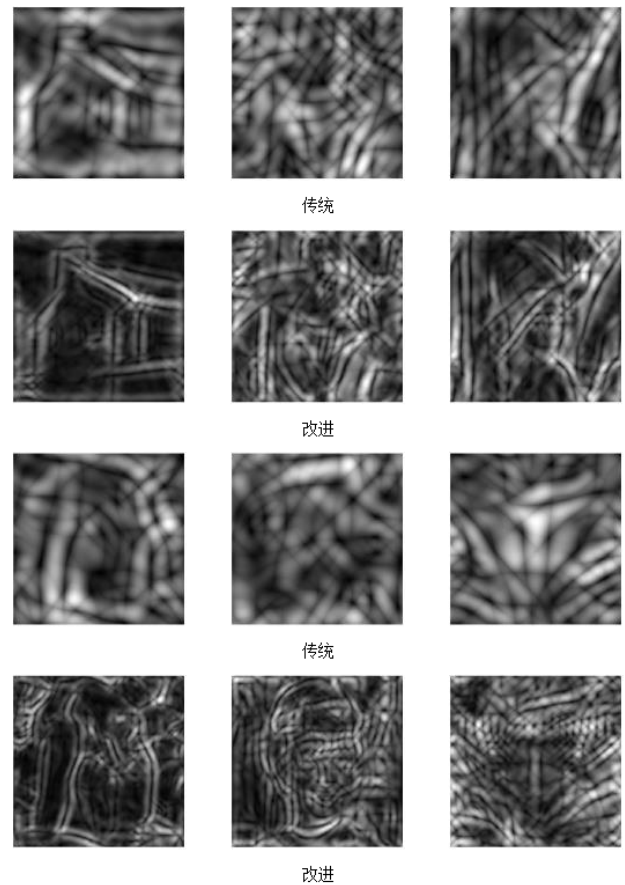


图 7 本章改进剪切波与传统剪切波在 $j=0$ 尺度的局部信息图

表 1 不同算法测试图像与 $j=0$ 局部图像的 PSNR 值、SSIM 值和 NC 值

评价指标	测试图像	传统剪切波	改进剪切波
PSNR	House	56.3645	57.2943
	Barbara	57.5810	58.4961
	Lena	56.6475	57.6212
	Peppers	57.5726	58.7840
	Zelda	59.9156	61.1608
	Boat	55.3213	55.7333
SSIM	House	0.9943	0.9955
	Barbara	0.9956	0.9965
	Lena	0.9945	0.9956
	Peppers	0.9956	0.9967
	Zelda	0.9974	0.9980
	Boat	0.9926	0.9933
NC	House	0.9956	0.9979
	Barbara	0.9970	0.9976
	Lena	0.9960	0.9962
	Peppers	0.9971	0.9979
	Zelda	0.9988	0.9990
	Boat	0.9933	0.9941

由表 1 通过计算原输入图像与小尺度的 MSE、PSNR、SSIM、NC 值可以从客观数据分析得出该改进剪切波的确在小尺度 (j=0) 的图像多尺度分解后所得的具备信息图与原始图像的 PSNR 值在大部分情况是高于传统剪切波的小尺度 (j=0) 局部信息图与原始图像的 PSNR 值。且 SSIM 与 NC 值相较于传统剪切波的相关值更接近于 1。说明该改进剪切波在小尺度下的局部信息图与原始图像的相似度越高。说明改进算法具有比传统剪切波在小尺度方面更好的效果, 科学有效证明该改进剪切波的在多尺度图像分解的实质意义。



图 8 测试 (上) 与重构 (下) 图像

分解后利用改进剪切波逆变换进行重构。并将改进后的重构图像与传统剪切波所得到的结果进行对比分析。从 PSNR、SSIM、NC 等指标对其进行数据分析。之后对其加入噪声攻击分析其相关指标进而进行鲁棒性分析。重构后的结果见图 8。主观感知重构效果较好, 接下来直接通过数据表示效果。由表 2 通过计算原输入图像与小尺度的 PSNR、SSIM、NC 值可以从客观数据分析得出该改进剪切波的确在图像分解后的重构过程中, 其 PSNR 值在大部分情况是高于传统剪切波的。且 SSIM 与 NC 值比传统剪切波的相关值均为 1。证明了该方法多尺度多方向分解的可逆性, 可以实现分解并将其重构回去, 还较传统剪切波有所提升。

$$E(\Delta t) = \frac{\pi}{K(n+1)(m+1)} \times \sum_{u=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{v=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} \sum_{k=1}^K g(x+u, y+v) \times [I(x+u, y+v + \Delta t \cos \theta_k, y+v + \Delta t \sin \theta_k) - I(x+u, y+v)]^2$$

表 2 不同算法测试图像与重构图像 PSNR 值、SSIM 值和 NC 值

评价指标	测试图像	传统剪切波	改进剪切波
PSNR	House	360.4171	361.9033
	Barbara	362.3006	365.2152
	Lena	362.1887	364.2420
	Peppers	362.5218	364.2052
	Zelda	363.9827	366.0617
	Boat	360.8277	362.6402
SSIM	House	1.0000	1.0000
	Barbara	1.0000	1.0000
	Lena	1.0000	1.0000
	Peppers	1.0000	1.0000
	Zelda	1.0000	1.0000
	Boat	0.9999	1.0000
NC	House	1.0000	1.0000
	Barbara	1.0000	1.0000
	Lena	1.0000	1.0000
	Peppers	1.0000	1.0000
	Zelda	1.0000	1.0000
	Boat	1.0000	1.0000

2.3 基于改进剪切波变换的角点检测

当前基于多尺度分析的角点检测器主要通过以下两种方式进行角点检测工作: 一种是基于各个方向的结构系数的加权和, 构建一个双向结构张量; 另一种是在多尺度分解中选择最大响应的垂直方向, 或对所有尺度剪切波系数的所有方向平均值进行加权求和。之前的角点检测器不仅不能充分利用多尺度和多方向的结构信息而且双向结构张量无法识别出图像背景复杂或其中曲率大的曲线上的角点以及有用结构信息的丢失而导致角点定位精度不高。

基于上述定位误差问题, 通过新的的多方向结构张量, 该张量包含多方向剪切波系数, 用于检测角点, 并提出了一种多尺度角点测量函数, 利用多尺度的方向信息来消除错误的候选角点。通过在输入图像中移动检测区域, 所提出的多方向结构张量能够获取结构信息, 并通过细致分析多个方向和尺度上的局部强度变化来检测角点。对于图像 I , 当在 (x, y) 周围的圆形区域内放置多方向检测区域并将其移动 Δt 后, 检测区域响应的强度变化 $E(\Delta t)$ 可以定义为:

K 是方向的个数, θ_k 是横轴 x 和 K 第 k 个方向的夹角。上式的 $I(x+u+\Delta t \cos \theta_k, y+v+\Delta t \sin \theta_k)$ 可以用泰勒展开式近似为:

$$I(x+u+\Delta t \cos \theta_k, y+v+\Delta t \sin \theta_k) \approx I(x+u, y+v) + \Delta t I_k(x+u, y+v)$$

$I_k(x+u, y+v)$ 是 $I(x+u, y+v)$ 在 θ_k 方向上的方向导数, 代入上式可得:

$$E(\Delta t) \approx \frac{\pi}{K(n+1)(m+1)} \sum_{u=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{v=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} \sum_{k=1}^K g(x+u, y+v) [\Delta t I_k(x+u, y+v)]^2$$

令 $G_k(x+u, y+v) = g(x+u, y+v) I_k(x+u, y+v)$ 上式可改写为:

$$\begin{aligned} E(\Delta t) &\approx \frac{\pi}{K(n+1)(m+1)} \sum_{u=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{v=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} \left([G_1(x+u, y+v), G_2(x+u, y+v), \dots, G_K(x+u, y+v)] \times [\Delta t, \Delta t, \dots, \Delta t]^T \right)^2 \\ &= \frac{\pi}{K(n+1)(m+1)} (\Delta t, \Delta t, \dots, \Delta t) M \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta t \\ \vdots \\ \Delta t \end{pmatrix} \end{aligned}$$

其中, M 定义为:

$$M = \begin{pmatrix} \sum_{u=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{v=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} G_1^2(x+u, y+v) & \cdots & \sum_{u=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{v=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} G_1(x+u, y+v) G_K(x+u, y+v) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{u=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{v=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} G_K(x+u, y+v) G_1(x+u, y+v) & \cdots & \sum_{u=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{v=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} G_K^2(x+u, y+v) \end{pmatrix}$$

M 表示为基于 K 个方向信息的对称 $K \times K$ 矩阵结构张量, 由于 M 的特征值的大小可以表示图像中的像素点在 K 个方向上的强度变化, 因此 M 矩阵的 K 个特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K$ 可以构建一个新的角点检测函数, 将角点与其他像素区分开。

对于每个图像像素 (x, y) , 角响应函数可定义为:

$$R = \frac{\prod_{k=1}^K \lambda_k}{\sum_{k=1}^K \lambda_k + q} \quad (8)$$

其中, q 是一个特定编程系统中的最小浮点数。在

Matlab 中 $q = 2.2204 \times 10^{-16}$, 用于避免分母为零。对于每个图像像素, 如果角响应函数 R 的值大于阈值 T_1 , 则可以将该像素视为一个候选角。

针对前文中以及一些传统角点检测算法[10]结构信息丢失导致角点定位精度差以及多尺度方法不足导致的一些错检漏检问题, 提出基于改进剪切波的角度检测算法, 具体如下:

Step 1: 利用改进的剪切变换从 3 个尺度多方向上的图像中获得局部结构信息[11];

Step 2: 对于每个像素, 计算最细尺度上的多向结

构张量;

Step 3: 获得所有像素的结构张量的特征值, 并基于表达式(9)计算角响应;

Step 4: 如果像素的响应是 7×7 区域内的局部最大值, 并且大于 T_1 , 则将此像素标记为候选角;

Step 5: 根据表达式(9)检查所有候选角。对于每个候选角, 如果在所有尺度上的角响应值都大于 T_2 , 则将候选角确认为角点[12]。

根据上述算法可得基于改进剪切波的角点检测算法及其他传统角点检测器结果见图 9。

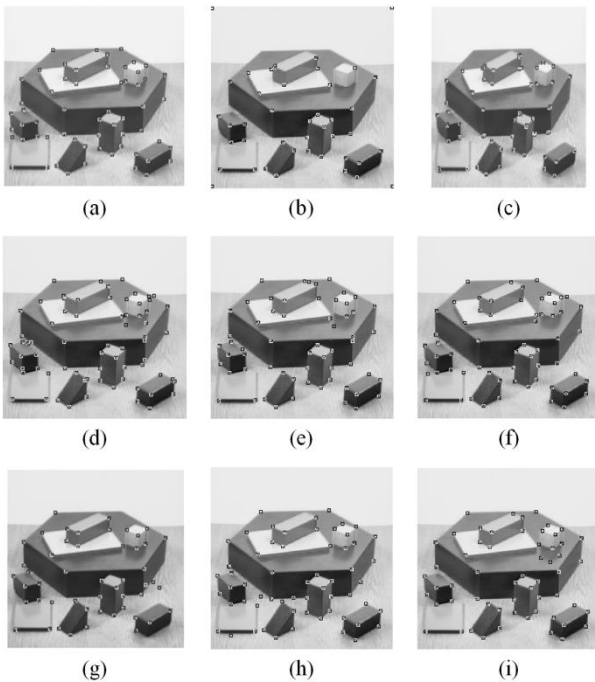


图 9 本文提出的角点检测方法与传统角点检测器在图像 Block 上的检测结果 (a)基准图; (b) Harris; (c)FAST; (d) CSS; (e)ANDD; (f) IPCS; (g) Zhang and Sun; (h)Wang; (i) 改进剪切波

3 实验验证

3.1 检测精度和定位精度

本部分通过 20 幅具有基准信息的图像[13], 验证所提出的改进剪切波的角点检测器的监测精度与定位精度。通过与 Harris、FAST、CF、ANDD、ACJ、LGWTSM、SMCD 以及 Zhang and Sun 的方法[9]和 Wang [13]的方法等有代表性角点检测器从平均精度、平均 $F - measure$ 及定位误差进行对比, 结果见表 3。

角点检测精确度表达式:

$$precision = \frac{N_p - N_m}{N_p - N_m + N_f} \quad (9)$$

其中, N_m 表示遗漏的角点数, N_f 为假角数, N_p 为基准信息中标记的角点数。

$F - measure$ 表达式为:

$$F - measure = \frac{2 \times precision \times recall}{precision + recall} \quad (10)$$

其中, 角点检测的召回值表示为:

$$recall = \frac{N_p - N_m}{N_p} \quad (11)$$

对于图像中每个真实角点 (x_i, y_i) , 如果在该角点 4 像素范围内检测到角点 (\hat{x}_i, \hat{y}_i) , 则认为这两个角点匹配。否则, 则视为该角点 (x_i, y_i) 被视为未检测到。同样地, 对于每个被检测到的角点 (\hat{x}_i, \hat{y}_i) , 如果在 4 像素范围内找到真实角点 (x_i, y_i) , 则认为这两个角点匹配。否则, 该角点 (\hat{x}_i, \hat{y}_i) 被视为误检。对于所有匹配对, 匹配对的平均距离被定义为 L [14]:

$$L = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \sqrt{(x_i - \hat{x}_i)^2 + (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (12)$$

其中, P 表示匹配对的数量, N_m 表示遗漏的角点数, N_f 为假角数。

由表 3 可得出, 首先, 该检测器的平均精度、平均 $F - measure$ 和最大 $F - measure$ 明显高于其他经典检测器。这表明, 对于大多数图像, 该方法在角点的检测精度上优于目前的经典角检测器。由于 ANDD 和 CF 方法基于边缘轮廓检测角, 它们可以获得良好的性能。因此, 只有两种方法的最大精度略高于所提方法。其次, 该方法的角定位误差要小于其他方法。这是因为该方法在最小尺度上进行了角点检测, 并且在改进的剪切波变换中不存在降采样操作。ACJ 检测器的定位误差相对较高, 是因为线段检测器在降采样过程中引入了偏差。对于在基于多尺度分析的角检测器, 如 LGWTSM 和 SMCD, 它们合并来自粗尺度的信息从而增加定位误差。因此它们的定位误差高于除 ACJ 以外的其他方法。之后, 与目前基于多尺度分析的角检

测器，特别是 SMCD [15]相比，该方法所列出的所有指标都明显较高。结果表明，该方法优于目前主流的基于多尺度分析的角检测器。

表 3 不同角点探测器的检测性能

探测器	精确度		<i>F - measure</i>		定位误差
	平均值	最大值	平均值	最大值	
Harris	60.59%	85.45%	63.91%	80.99%	1.538
FAST	53.93%	86.49%	61.56%	75.81%	1.644
CF	74.55%	96.77%	64.20%	77.23%	1.526
ANDD	76.37%	96.88%	73.48%	93.33%	1.446
LGWTSMM	73.88%	92.00%	71.12%	84.40%	1.944
SMCD	70.73%	84.91%	66.44%	80.36%	2.071
Zhang	83.10%	94.44%	74.10%	84.40%	1.748
ACJ	66.87%	87.10%	67.86%	87.72%	2.173
本章	86.24%	94.06%	77.05%	95.25%	1.332

3.2 重复性验证

仿射变换实验中使用了两个数据集。数据集 I 来自牛津仿射数据集，包含 36 张真实图像，这些图像形成了 6 个图像序列：两个通过改变相机焦点获得的模糊序列，一个通过改变相机光圈获得的光照变化序列，两个通过改变前平行视图相机视角从 20°到 60°，每次增加 10°获得的视角变化序列，以及一个通过设置 JPEG 压缩质量获得的 JPEG 压缩序列。数据集 II [9]图像是从 50 张自然图像中转换而来的，形成了九种类型的图像序列。其中，JPEG 压缩序列的生成方式与数据集 I 相同。模糊序列和光照变化序列分别通过高斯模糊和伽马校正从 50 张自然图像中获得。通过实验验证所提出改进剪切波的角度检测算法在视点变化、仿射变换、照明变化和 JPEG 压缩的鲁棒性。并与 Harris、SIFT、CSS、SUSAN、BRISK 等传统角点检测器进行比较。在评估上述仿射变换、光照变化等的鲁棒性[16]时，使用了由仿射变换、照明变化、噪声或 JPEG 压缩产生的给定图像序列的重复性评分 RS，其表达式为：

$$RS_r = \frac{|CR_{I_r}|}{\min(|C_1|, |C_r|)} \quad (13)$$

其中， C_r 是图像 I_r 中检测到的角集， CR_{I_r} 是包含图像 I_1 与变换后的图像 I_r 之间所有角对应的集合。为了计算 CR_{I_r} ，使用同源图将表示角的区域从一幅图像

映射到另一幅图像。可检查其与另一幅图像的角度区域重叠是否超 60%，除了评估缩放。此时，需要检查图像 I_1 中有多少个角与图像 I_r 有一个角的距离小于 4 个像素[17]。如果在几何变换的图像中检测到角点，并且该角点在真实位置附近（例如在 4 个像素之内），则将其定义为检测到重复的角点。重复性评分越高意味着更好的性能。

通过图 10 可得到在图像模糊、缩放、旋转、光照变化的鲁棒性方面，该算法大体上优于所比较方法。图 10(a)可以看出不同算法下图像旋转变换的 RS 值。本章算法 RS 值处于较高水平，说明其抗旋转干扰的鲁棒性较强。而 CSS 和 BRISK [18]在应对旋转变换后 RS 整体偏低，说明其在图像应对旋转变换的鲁棒性较差。图 10(b)可知模糊因子变化的 RS 值，由此看出，本章的角点探测算法重复性评分明显高于其他经典的角探测器，证明其应对模糊的鲁棒性较强。图 10(c)代表了视角变化的效果，本章算法应对视角变化的能力较优。图 10(d)可以看出，本章算法的 RS 明显高于其他算法，可得出该算法应对明暗干扰的鲁棒性较好。由图 10(e)可知，随着压缩程度的增大，所有算法存在抗压缩能力减弱的问题。本章算法在大部分情况保持较好的特性有较好的抗压缩干扰的鲁棒性，其中 SIFT 曲线一直处于较低水平，说明 SIFT [19]对于图像压缩的鲁棒性不强。图 10(f)表示尺度变化的 RS，本章算法有较高鲁棒性，是因为本文主要采用的是多尺度分析。

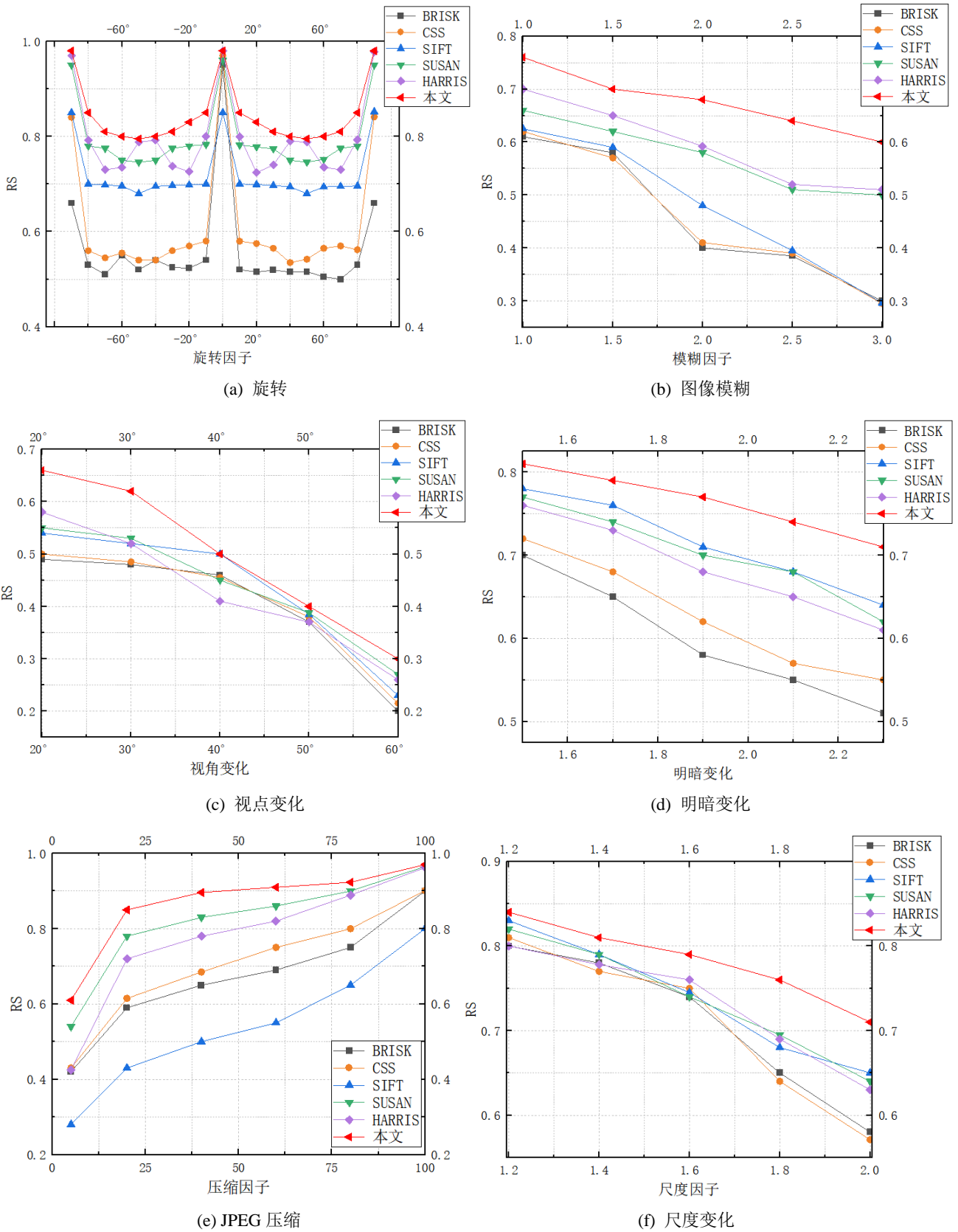


图 10 本章算法与角点检测器在数据集上的重复性评分 (a) 旋转; (b) 图像模糊; (c) 视点变化; (d) 明暗变化; (e) JPEG 压缩; (f) 尺度变化

4 结论

本文首先阐述了多尺度多方向图像分解的研究背景及意义，然后对现有的剪切波变换理论公式逐步改进优化，而后对改进后的新型剪切波变换的多尺度分解的低尺度与重构结果与原始剪切波变换进行了比较测试与分析。验证该算法在多尺度、多方向图像分解方面的可行性与优势。在改进的剪切波理论的基础上提出基于改进剪切波的角度检测算法。通过牛津仿射数据集等多组对比实验说明该算法在角度检测的适配性与可行性。

今后可以针对角度检测算法进行优化，比如通过角点的两个或三个峰值对图像的角度进行自适应的检测，不通过阈值进行处理，降低其计算复杂度。还可将剪切波的改进推广到其他轮廓波变换以及 Gabor 变换等多尺度变换的优化中去，以便其更好地应用于图像滤波、图像融合、图像压缩等相关图像处理领域。

参考文献

- [1] Wang M, Sun C, Sowmya A. Complex shearlets and rotary phase congruence tensor for corner detection [J]. *Pattern Recognition*, 2022, 128(8): 108606-108606.
- [2] Raas A, Sg A. Comparative Analysis of Eight Direction Sobel Edge Detection Algorithm for Brain Tumor MRI Images [J]. *Procedia Computer Science*, 2022, 201(1): 487-494.
- [3] 张阳, 刘缠牢, 卢伟家, 等. 基于 LoG 算子的双滤波边缘检测算法 [J]. *电子测量技术*, 2019(4): 95-98.
- [4] Aishwarya N, Thangammal C B. Visible and infrared image fusion using DTCWT and adaptive combined clustered dictionary [J]. *Infrared Physics and Technology*, 2018, 93: 300-309.
- [5] Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: An efficient directional multi-resolution image representation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(12): 2091-2106.
- [6] Duan C, Wang S, Huang Q, et al. Feature level MRI fusion based on 3D dual tree compactly supported Shearlet transform [J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2019, 60(2): 319-327.
- [7] Duval-Poo M A, Noceti N, Odone F, et al. Scale invariant and noise robust interest points with shearlets [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2017, 26(6): 2853-2867.
- [8] Duval-Poo M A, Odone F, Vito E D. Enhancing signal discontinuities with shearlets: An application to corner detection [C] // *International Conference on Image Analysis and Processing*, 2015: 108-118.
- [9] Zhang W C, Sun C. Corner detection using multi-directional structure tensor with multiple scales [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2020, 128(2): 438-459.
- [10] 田子怡, 李云红. 基于多尺度 Gabor 滤波器的角度检测 [J]. *国外电子测量技术*, 2016, 35(7): 75-79.
- [11] Teng S W, Najmus Sadat R M, Lu G. Effective and efficient contour-based corner detectors [J]. *Pattern Recognition*, 2015, 48(7): 2185-2197.
- [12] 施雅琦. 基于 Log-Gabor 滤波器的角度检测算法及其应用 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2021: 52-60.
- [13] Wang M, Zhang W, Sun C, et al. Corner detection based on shearlet transform and multi-directional structure tensor [J]. *Pattern Recognition*, 2020, 103: 107299.
- [14] Leutenegger S, Chli M, et al. BRISK: Binary robust invariant scalable keypoints [C] // *IEEE International Conference on Computer Vision*, 2011: 2548-2555.
- [15] Chen Y S. Classifying credit ratings for Asian banks using integrating feature selection and the CPDA-based rough sets approach [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2012, 26(1): 259-270.
- [16] Bay H, Ess A, Tuytelaars T, et al. Speeded-up robust features (SURF) [J]. *Computer Vision & Image Understanding*, 2008, 110(3): 346-359.
- [17] Kim S. Robust corner detection by image-based direct curvature field estimation for mobile robot navigation [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2012, 9(5): 700-709.
- [18] Zhang W C, Shui P L. Contour-based corner detection via angle difference of principal directions of anisotropic Gaussian directional derivatives [J]. *Pattern Recognition*, 2015, 48(9): 2785-2797.
- [19] Xia G S, Delon J, Gousseau Y. Accurate junction detection and characterization in natural images [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2014, 106(1): 31-56.