

# 基于改进证据距离的冲突度量研究方法



郭卓越\*, 李浩淼, 孙洪华

内蒙古工业大学机械工程学院, 内蒙古呼和浩特 010051

**摘要:** 在面对复杂滚动轴承提取困难中, 数据的不确定性成为了一个挑战, 其中证据理论作为一种重要的方法。然而, 在实际应用中, 传统证据理论在处理高度冲突的证据时, 存在一定的局限性, 尤其是在其核心组成部分——冲突管理机制方面。在多源信息融合过程中, 如何准确地量化和处理证据之间的冲突, 成为了提高融合效果的关键问题。针对这一问题, 本研究提出了一种创新的证据冲突度量方法, 旨在改进传统证据理论中处理高冲突证据的能力。本文方法从“距离”的角度出发, 深入分析了这种距离度量所需满足的性质。通过对这些性质的证明, 确保了所提出的冲突度量方法在理论上的合理性和适用性。更进一步, 本研究通过一系列理论证明和数值计算, 展示了该方法在处理完全冲突和完全不冲突的证据时的准确性。与此同时, 该方法也能够有效地度量不同程度冲突的证据, 展现了较高的灵活性和广泛的适用性。这一点是通过将新方法应用于经典的冲突证据案例, 并与现有的其他方法进行对比分析得到的。通过对比, 不仅验证了新方法在理论和实验层面的有效性, 而且还揭示了其在处理高冲突证据方面的显著优势。本研究的创新之处主要体现在以下几个方面: 首先, 我们提出了一种新的冲突度量框架, 该框架基于对证据之间“距离”的深入理解和分析; 其次, 通过严格的理论证明, 确保了该度量方法的合理性和有效性; 最后, 通过与传统方法的对比分析, 展示了新方法在实际应用中处理高冲突证据的有效性。

**关键词:** 证据理论; 证据距离; 冲突度量

**DOI:** [10.57237/j.mse.2024.01.005](https://doi.org/10.57237/j.mse.2024.01.005)

## Conflict Measurement Method Based on Improved Evidence Distance

Guo Zhuoyue\*, Li Haomiao, Sun Honghua

School of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China

**Abstract:** In facing the challenge of extracting difficult data from complex rolling bearings, the uncertainty of data has become a significant issue. Among various approaches, evidence theory stands out as a crucial method. However, in practical applications, traditional evidence theory exhibits certain limitations, especially in its core component—the conflict management mechanism—when dealing with highly conflicting evidence. Accurately quantifying and managing conflicts between pieces of evidence becomes a key issue in enhancing fusion effectiveness during the process of multi-source information fusion. To address this issue, this study introduces an innovative evidence conflict measurement method aimed at improving the capability of traditional evidence theory to handle highly conflicting evidence. This method starts from the perspective of "distance" and conducts a thorough analysis of the properties required by such a distance measurement. By proving these properties, the theoretical rationality and applicability of the proposed conflict measurement method are ensured. Further, through a series of theoretical proofs and numerical

\*通信作者: 郭卓越, 1041858032@qq.com

calculations, this study demonstrates the accuracy of the method in dealing with completely conflicting and completely non-conflicting evidence. Simultaneously, the method can effectively measure evidence with varying degrees of conflict, showing higher flexibility and broad applicability. This is achieved by applying the new method to classic cases of conflicting evidence and comparing it with existing methods. The comparison not only verifies the effectiveness of the new method on both theoretical and experimental levels but also reveals its significant advantages in handling highly conflicting evidence. The innovation of this research is primarily reflected in the following aspects: Initially, a novel conflict measurement framework is introduced, predicated on an exhaustive analysis and understanding of the "distance" between evidences. Subsequently, the rationality and efficacy of this measurement approach are corroborated through rigorous theoretical validation. Finally, comparative analyses with conventional methodologies underscore the effectiveness of this new approach in addressing highly conflicting evidences in practical applications.

**Keywords:** Evidence Theory; Evidence Distance; Conflict Measurement

## 1 引言

在实际应用中, 机械装备长期处于长时间的工作带来的高温、振动等情况, 导致传感器数据存在一定的不确定性。而 D-S 证据理论[1, 2]由于其在不确定性处理上具有强大的优势, 越来越多的学者们都开始应用证据理论来处理传感器数据。随着学者们在实际应用中对于 D-S 证据理论的应用, D-S 证据理论的弊端也就逐渐显现出来。著名学者 Zadeh [3]在运用 Dempster 组合规则对高度冲突的证据进行融合时, 发现融合后的结果和证据源本身是相悖的, 这就是著名的“Zadeh”悖论, 即“合成悖论”。为此, 学者们为了解决这一问题, 提出了一系列改进方法。这些方法有一个共同点, 那就是衡量证据间冲突。

证据理论中应用冲突因子  $k$  [1]来描述多源证据之间的冲突程度, 但是在度量一些高冲突证据和完全冲突的证据时还存在一定的不足。为了解决此问题, 国内外学者进行了相关研究, 提出了各种不同的冲突度量方法。Smets [4]定义了著名的 Pignistic 概率函数, 并将其用来衡量证据间冲突, 在 Pignistic 概率转换过程中, 实现了从多子集焦元到单子集焦元的转变, 但是只是将多子集焦元的信息平均分配给其包含的单子集焦元; Liu [5]在 Pignistic 概率函数的基础上提出了 Pignistic 概率距离, 用其中最大的差值代表两条证据之间的冲突程度, 该方法一定程度上实现了对证据冲突的度量, 但是在进行 Pignistic 概率转换会导致证据源一部分信息的缺失, 导致最后的冲突度量结果不够准确; Jousselme 等[6]定义了经典的 Jousselme 距离, 用证据间的 Jousselme 距离对证据冲突程度进行度量, Jousselme 证据距离对完全一样的证据进行度量时得到

的结果为 0, 符合实际情况, 对完全冲突的证据进行度量时得到的结果不为 1, 不符合实际情况; 严志军等[7]通过将证据分为可信证据和不可信证据, 较好地对证据进行分类, 但是在度量证据冲突仍采用的是 Jousselme 证据距离, 在度量证据冲突程度时仍存在一定的局限性; 为了改变应用 Jousselme 证据距离度量完全冲突证据得到的结果不为 1 的情况, 彭颖等[8]在 Jousselme 证据距离的基础上, 提出一种修正的证据距离用于衡量证据之间的冲突程度, 在对完全冲突的证据进行度量时, 得到的结果为 1, 较好地实现了对证据冲突的度量; 邓勇等[9]在证据冲突度量中引入偏熵, 并在此基础上定义了一种证据关联系数来表示证据间的相似性; 罗贺等[10]在证据冲突度量中引入向量夹角余弦, 并在此基础上通过向量夹角余弦定义了证据夹角余弦来表示其证据间的相似性, 一定程度上实现了对证据冲突的度量, 但是没有处理单子集焦元与多子集焦元间的关系; 基于应用向量夹角余弦没有处理单子集焦元与多子集焦元间的关系, 宋亚飞等[11]通过向量夹角余弦表示其证据间相似性的同时引入 Jousselme 证据距离  $D$  矩阵对证据源进行预处理, 该方法一定程度上实现了对证据冲突的度量, 但是其对证据源的预处理使得证据源的原始信息增多, 还会丢失一部分冲突信息, 导致最后的结果不够准确; 蒋雯等[12]认为冲突因子  $k$  在度量冲突时较好地体现证据间的非包容性以及 Jousselme 证据距离在度量冲突时较好地体现证据之间的差异性, 结合经典冲突系数  $k$  和 Jousselme 证据距离, 结合平均思想提出了一种证据冲突表示方法, 一定程度上实现了对证据的冲突度量, 但是在度量 2

个完全一样的证据时, Jousselme 证据距离为 0, 该方法又变为冲突因子  $k$ , 还存在一定的不足。

尽管冲突度量因子研究已经很多, 但是在某些方面还存在一定的局限性。例如冲突因子  $k$  在对完全一样的证据进行度量时, 得到的结果不为 0, 与事实相悖; 基于 Pignistic 概率距离的冲突度量在进行概率转换会导致一部分信息的缺失, 且未考虑单子集间的关系, 只是将多子集焦元的信息平均分配给其包含的单子集焦元; Jousselme 证据距离对完全一样的证据进行度量时, 得到的结果为 0, 符合实际情况, 对完全冲突的证据进行度量时, 得到的结果不为 1, 与事实相悖; 除此之外, 上述方法对于冲突的度量都有一定的适用性, 但是在对两个高度冲突的证据进行度量时还存在一定的不足, 得到的结果只能表明证据间是冲突的, 不足以表明证据高度冲突。基于此, 本文提出一种基于改进证据距离的冲突度量方法。

本文首先对证据理论的辨识框架、基本概率分配函数、合成规则进行概述, 然后通过分析现有的冲突度量方法, 提出一种改进证据距离的冲突度量方法, 并证明了该冲突度量方法具有非负性、对称性、有界性三个性质, 最后通过经典算例验证了该方法的有效性。

## 2 理论概述

### 2.1 证据理论及冲突系数 $k$

在证据理论中, 有限个且互斥的研究对象组成了辨识框架  $\Theta$ ,  $2^\Theta$  是研究对象所有子集的集合。 $\forall X \in \Theta$ ,  $m(X)$  以  $[0, 1]$  区间上一个值来赋予  $2^\Theta$  中每一个元素, 即  $m(X): 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ , 满足:

$$\begin{cases} m(\emptyset) = 0 \\ \sum_{X \in 2^\Theta} m(X) = 1 \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $m$  为  $2^\Theta$  上概率分配函数,  $m(X)$  为子集  $X$  的基本概率分配函数。

证据理论合成规则定义如下:

$$m(A) = \begin{cases} \frac{\sum_{B \cap C = A} m_1(B) \cdot m_2(C)}{1 - k}, & A \neq \emptyset \\ 0, & A = \emptyset \end{cases} \quad (2)$$

$$k = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B) \cdot m_2(C) \quad (3)$$

式中,  $k$  表示的是两条证据之间所有没有交集的焦元的 BPA 乘积之和。 $k$  值越大, 表示证据间的冲突越大。

### 2.2 常见冲突度量方法

上文介绍了常见的冲突度量因子  $k$ , 接下来介绍几种常见的冲突度量方法。

#### 2.2.1 Jousselme 证据距离

记同一辨识框架  $\Theta$  上的 2 条证据为  $m_1, m_2$ ,  $d_{BPA}(m_1, m_2)$  为 Jousselme 距离, 定义如下:

$$d_{BPA}(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle}{2}} \quad (4)$$

式中,  $m_1, m_2$  分别为 2 条证据  $m_1, m_2$  的 BPA 值构成的矢量,  $\langle m_1, m_2 \rangle$  的定义如下:

$$\langle m_1, m_2 \rangle = \sum_{i=1}^{2^N} \sum_{j=1}^{2^N} m_1(A_i) m_2(B_j) \frac{|A_i \cap B_j|}{|A_i \cup B_j|} \quad (5)$$

式中,  $|\cdot|$  为求模计算,  $A_i, B_j \in 2^\Theta$ 。dBPA 值越大, 冲突则越大; 反之, 冲突则越小。

#### 2.2.2 Liu 方法

记辨识框架  $\Theta$  上的证据为  $m$ ,  $BetP_m$  为 Pignistic 概率函数, 定义如下:

$$\begin{aligned} BetP_m(A) &= \sum_{A \subseteq B, \forall B \in 2^\Theta} \frac{|A \cap B|}{|B|} \frac{m(B)}{1 - m(\emptyset)} \\ &= \sum_{A \subseteq B, \forall B \in 2^\Theta} \frac{m(B)}{|B|} \frac{1}{1 - m(\emptyset)}, m(\emptyset) \neq 1 \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $|B|$  为焦元的势。

$$difBetP_{m_1}^{m_2} = \max \{BetP_{m_1}(A) - BetP_{m_2}(A)\} \quad (7)$$

式中,  $A \in \Theta$ ,  $difBetP_{m_1}^{m_2}$  表示 2 条证据经 Pignistic 概率转化后, 差值最大的 Pignistic 概率,  $difBetP_{m_1}^{m_2}$  值越大, 2 条证据间越冲突; 反之, 2 条证据间越相似。

### 2.2.3 邓勇方法

记同一辨识框架 $\Theta$ 上的 2 条证据分别为 $m_1, m_2$ ,  $r(m_1, m_2)$ 为证据关联系数, 定义如下:

$$r(m_1, m_2) = \frac{H(m_1) + H(m_2)}{H_{m_2}(m_1) + H_{m_1}(m_2)} \quad (8)$$

式中,  $H(m_1), H_{m_2}(m_1)$  为随机变量 $m_1$ 关于随机变量 $m_2$ 的偏熵, 其定义如下:

$$H_{m_2}(m_1) = \sum m_2 e^{-5m_1}, H(m_1) = \sum m_1 e^{-5m_1} \quad (9)$$

式中,  $r$  值表示其证据间的相似性,  $1-r$  则表示其证据的冲突程度。 $r$  值越小,  $1-r$  值越大, 2 条证据间越冲突; 反之,  $r$  值越大, 2 条证据越相似。

### 2.2.4 宋亚飞方法

记同一辨识框架 $\Theta$ 上的两条证据分别为 $m_1, m_2$ ,  $\cos(m_1, m_2)$ 为证据夹角余弦, 定义如下:

$$\cos(m_1, m_2) = \frac{m_1 m_2^T}{\|m_1\| \|m_2\|} \quad (10)$$

式中,  $m_1, m_2$  分别为证据 $m_1, m_2$ 组成的向量,  $\|m_1\|, \|m_2\|$  分别为 $m_1, m_2$ 的模, 其定义如下:

$$\|m_1\| = \sqrt{m_1 m_1^T}, \|m_2\| = \sqrt{m_2 m_2^T} \quad (11)$$

式中,  $\cos$  值表示其证据间的相似性,  $1-\cos$  则表示其证据的冲突程度。 $\cos$  值越小,  $1-\cos$  值越大, 2 条证据间越冲突; 反之,  $\cos$  值越大, 2 条证据越相似。

### 2.2.5 蒋雯方法

$k_d$  为提出的冲突因子

$$k_d = \frac{1}{2}(k + d_{BPA}) \quad (12)$$

式中,  $k_d$  值越大, 冲突越大; 反之, 冲突越小。

## 3 基于改进证据距离的冲突度量方法

证据冲突表示的是各证据对同一框架内同一焦元

的信度的差异性。由于 Jousselme 证据距离[6]的矩阵 D 可以较好地处理单子集和多子集焦元, 具有一定的适用性, 因此, 基于此提出一种改进证据距离的证据冲突度量方法。

### 3.1 改进的冲突度量方法

Jousselme 证据距离在一定程度上可以实现对证据冲突的度量, 对完全一样的两个证据进行度量, 计算得到 $d_{BPA}$  值为 0, 符合实际情况。但是还存在一定的局限性, 在对完全不同的两个证据进行度量, 计算得到 $d_{BPA}$  值不为 1, 事实上其 $d_{BPA}$  值应该为 1, 与事实存在一定的不足。因此, Jousselme 证据距离在证据冲突度量有一定的适用性。彭颖[8]认为 Jousselme 证据距离度量证据冲突时式(4)内分母应与 $\langle m_1, m_1 \rangle, \langle m_2, m_2 \rangle$  相关, 而不是固定取值为 2。彭颖方法对于两个证据间冲突程度接近 1 的情况下得到的值为接近 1 的数, 但是这个值应该再大点才能更好地说明证据间冲突程度。因此, 本文提出了一种基于改进证据距离的冲突度量方法。记同一辨识框架 $\Theta$ 上的 2 条证据为 $m_1, m_2$ ,  $d_s(m_1, m_2)$  为提出的证据距离, 其定义如下:

$$d_s(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle}{2\sqrt{\langle m_1, m_1 \rangle \cdot \langle m_2, m_2 \rangle}}} \quad (13)$$

式中,  $d_s$  值越大, 冲突则越大; 反之, 冲突则越小。

### 3.2 性质分析

对于 2.1 所提冲突度量方法, 其是用两条证据间的距离表示证据间冲突程度。从物理学上的角度来讲, 距离指的是两物体在时间、空间上相隔的长度, 它不含方向, 只是用来形容长度的大小, 是一种标量, 因此距离必须满足的条件之一是非负性。其次, 距离描述的是大小关系, 两者间不论是甲到乙的距离还是乙到甲的距离都是一样的。因此, 距离必须满足的条件之一是对称性。最后, 所提的距离函数描述的是一个具体的大小关系, 在证据理论中主要用来度量证据间的冲突程度, 因此这个范围为[0, 1], 因此该证据冲突度量方法还应满足取值范围为[0, 1], 即有界性。

证明性质过程如下[14]:

(1) 非负性:

从公式可以得出,  $d_s(m_1, m_2) \geq 0$ , 满足非负性。

(2) 对称性:

$$d_s(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle}{2\sqrt{\langle m_1, m_1 \rangle \cdot \langle m_2, m_2 \rangle}}} = d_s(m_2, m_1)$$

满足对称性。

(3) 有界性:

令  $x = \langle m_1, m_1 \rangle$ ,  $y = \langle m_2, m_2 \rangle$ ,  $z = \langle m_1, m_2 \rangle$ , 由性质可得:  $0 \leq x, y, z \leq 1$ , 且  $x, y$  不为 0。则上式变为:

$$d_s(m_1, m_2) = f(x, y, z) = \sqrt{\frac{x + y - 2z}{2\sqrt{xy}}}$$

则  $d_s$  有界性转化为求  $f(x, y, z)$  在有界闭区域  $D$ :

$$(x, y, z) \in D = \left\{ (x, y, z) \mid 0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1, 0 \leq z \leq 1 \right\} \quad (x, y \text{ 不为 } 0)$$

上的极值问题。由于  $f(x, y, z)$  在闭区域  $D$  上连续, 所以存在最大值和最小值。

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{2} \left( \frac{x+y-2z}{2\sqrt{xy}} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{2\sqrt{xy} - y(x+y-2z)(xy)^{-\frac{1}{2}}}{4xy} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{2} \left( \frac{x+y-2z}{2\sqrt{xy}} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{2\sqrt{xy} - x(x+y-2z)(xy)^{-\frac{1}{2}}}{4xy} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2} \left( \frac{x+y-2z}{2\sqrt{xy}} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1}{\sqrt{xy}} = 0$$

这三个方程仅当  $x=1, y=1, z=1$  时, 有解, 所以在开区域  $D$  内没有驻点, 在闭区域  $D$  边界上存在唯一驻点  $(1, 1, 1)$ , 此时,  $f(x, y, z) = 0$ 。

求闭区域  $D$  边界上的点: 因为  $x, y$  不为 0, 所以边界点  $(0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 0, 1)$  不存在, 所以只存在边界点  $(1, 1, 0)$  和驻点  $(1, 1, 1)$ , 且驻点  $f(1, 1, 1) = 0$ , 边界点  $f(1, 1, 0) = 1$ ,

通过比较驻点和边界点的函数值, 可得:

在  $(x, y, z) \in D = \{(x, y, z) \mid 0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$  上  $f(x, y, z)$  最大值为 1, 最小值为 0, 即  $0 \leq f(x, y, z) \leq 1$ 。所以, 冲突度量因子  $d_s(m_1, m_2)$  是有界的, 最大值为 1, 最小值为 0。因此, 满足有界性。

## 4 算例分析

本文选用文献中数据通过 8 个算例验证所提方法的有效性。对所提冲突度量方法进行性质分析, 证明了其满足非负性、对称性以及有界性, 接下来通过一些算例证明该冲突度量方法的有效性。

### 4.1 算例 1

$$\begin{aligned} m_1 : m_1(A) &= m_1(B) = m_1(C) = \frac{1}{3} \\ m_2 : m_2(A) &= m_2(B) = m_2(C) = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

算例 1 是两个完全一样的证据, 对算例 1 计算过程如下:

$$\langle m_1, m_1 \rangle = \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \left( \frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{3} = \langle m_2, m_2 \rangle = \langle m_1, m_2 \rangle$$

$$d_s = \sqrt{\frac{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle}{2\sqrt{\langle m_1, m_1 \rangle \cdot \langle m_2, m_2 \rangle}}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 2 \times \frac{1}{3}}{2 \times \sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}}} = 0$$

算例 1 中完全一样的两个证据, 其利用本文所提方法对冲突程度进行度量, 得到的结果为 0, 符合实际情况。

### 4.2 算例 2

$$\begin{aligned} m_1 : m_1(A) &= 0.5, m_1(B) = 0.5 \\ m_2 : m_2(C) &= 0.5, m_2(D) = 0.5 \end{aligned}$$

算例 2 是两个完全不一样的证据, 对算例 2 计算过程如下:

$$\langle m_1, m_1 \rangle = 0^2 + 0^2 + 0.5^2 + 0.5^2 = 0.5 = \langle m_2, m_2 \rangle$$

$$\langle m_1, m_2 \rangle = 0 \times 0.5 + 0 \times 0.5 + 0.5 \times 0 + 0.5 \times 0 = 0$$

$$\begin{aligned} d_s &= \sqrt{\frac{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle}{2\sqrt{\langle m_1, m_1 \rangle \cdot \langle m_2, m_2 \rangle}}} \\ &= \sqrt{\frac{0.5 + 0.5 - 2 \times 0}{2 \times \sqrt{0.5 \times 0.5}}} = 1 \end{aligned}$$

算例 2 中完全不同的两个证据, 其利用本文所提方法对冲突程度进行度量, 得到的结果为 1, 符合实际情况。

### 4.3 算例 3

对算例 3 计算过程如下：

$$\begin{aligned}\langle m_1, m_1 \rangle &= 0.9^2 + 0.1^2 = 0.82 = \langle m_2, m_2 \rangle \\ \langle m_1, m_2 \rangle &= 0.1 \times 0.9 \times 2 = 0.18 \\ d_s &= \sqrt{\frac{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle}{2\sqrt{\langle m_1, m_1 \rangle \cdot \langle m_2, m_2 \rangle}}} \\ &= \sqrt{\frac{0.82 + 0.82 - 2 \times 0.18}{2\sqrt{0.82 \times 0.82}}} = 0.8835\end{aligned}$$

对于算例 3 的两个证据而言，其冲突应该是比较大的，利用本文所提方法对冲突程度进行度量，计算结果较符合预期。

### 4.4 算例 4

$$\begin{aligned}m_1 : m_1(A) &= 0.2, m_1(B) = 0.8 \\ m_2 : m_2(A) &= 0.4, m_2(B) = 0.6\end{aligned}$$

对算例 4 计算过程如下：

$$\begin{aligned}\langle m_1, m_1 \rangle &= 0.2^2 + 0.8^2 = 0.68 \\ \langle m_2, m_2 \rangle &= 0.4^2 + 0.6^2 = 0.52 \\ \langle m_1, m_2 \rangle &= 0.2 \times 0.4 + 0.8 \times 0.6 = 0.56 \\ d_s &= \sqrt{\frac{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle}{2\sqrt{\langle m_1, m_1 \rangle \cdot \langle m_2, m_2 \rangle}}} \\ &= \sqrt{\frac{0.68 + 0.52 - 2 \times 0.56}{2\sqrt{0.68 \times 0.52}}} = 0.2593\end{aligned}$$

对于算例 4 的两个证据而言，其冲突应该是比较小的，利用本文所提方法对冲突程度进行度量，计算结果较符合预期。

### 4.5 算例 5

$$\begin{aligned}m_1 : m_1(A) &= 0, m_1(B) = 0.1, m_1(C) = 0.9 \\ m_2 : m_2(A) &= 0.9, m_2(B) = 0.1, m_2(C) = 0\end{aligned}$$

对算例 5 计算过程如下：

$$\langle m_1, m_1 \rangle = 0.9^2 + 0.1^2 = 0.82 = \langle m_2, m_2 \rangle$$

$$\langle m_1, m_2 \rangle = 0.1 \times 0.1 = 0.01$$

$$\begin{aligned}d_s &= \sqrt{\frac{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle}{2\sqrt{\langle m_1, m_1 \rangle \cdot \langle m_2, m_2 \rangle}}} \\ &= \sqrt{\frac{0.82 + 0.82 - 2 \times 0.01}{2\sqrt{0.82 \times 0.82}}} = 0.9939\end{aligned}$$

对于算例 5 的两个证据而言，其冲突程度应该比算例 3 的冲突程度更大，利用本文所提方法对冲突程度进行度量，其计算结果比算例 3 的结果更大，且更接近 1，符合预期。

### 4.6 算例 6

$$\begin{aligned}m_1 : m_1(A) &= 0.1, m_1(B) = 0.1, m_1(C) = 0.8 \\ m_2 : m_2(A) &= 0.8, m_2(B) = 0.1, m_2(C) = 0.1\end{aligned}$$

对算例 6 计算过程如下：

$$\begin{aligned}\langle m_1, m_1 \rangle &= 0.8^2 + 0.1^2 + 0.1^2 = 0.66 = \langle m_2, m_2 \rangle, \\ \langle m_1, m_2 \rangle &= 0.1 \times 0.8 \times 2 + 0.1 \times 0.1 = 0.17 \\ d_s &= \sqrt{\frac{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle}{2\sqrt{\langle m_1, m_1 \rangle \cdot \langle m_2, m_2 \rangle}}} \\ &= \sqrt{\frac{0.66 + 0.66 - 2 \times 0.17}{2\sqrt{0.66 \times 0.66}}} = 0.8616\end{aligned}$$

对于算例 6 的两个证据而言，其冲突程度应该比算例 5 的冲突程度更小，利用本文所提方法对冲突程度进行度量，其计算结果比算例 5 的结果更小，符合预期。

### 4.7 算例 7

$$\begin{aligned}m_1 : m_1(A) &= 0.5, m_1(B) = 0.2, m_1(C) = 0.3 \\ m_2 : m_2(A) &= 0.55, m_2(B) = 0.1, m_2(C) = 0.35\end{aligned}$$

对算例 7 计算过程如下：

$$\begin{aligned}\langle m_1, m_1 \rangle &= 0.5^2 + 0.2^2 + 0.3^2 = 0.38, \\ \langle m_2, m_2 \rangle &= 0.55^2 + 0.1^2 + 0.35^2 = 0.435, \\ \langle m_1, m_2 \rangle &= 0.5 \times 0.55 + 0.2 \times 0.1 + 0.3 \times 0.35 = 0.4 \\ d_s &= \sqrt{\frac{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle}{2\sqrt{\langle m_1, m_1 \rangle \cdot \langle m_2, m_2 \rangle}}} \\ &= \sqrt{\frac{0.38 + 0.435 - 2 \times 0.4}{2\sqrt{0.38 \times 0.435}}} = 0.1361\end{aligned}$$

对于算例 7 的两个证据而言，其冲突程度应该比算例 4 的冲突程度更小，利用本文所提方法对冲突程度进行度量，其计算结果比算例 4 的结果更小，符合预期。

### 4.8 算例 8

该冲突度量方法对以上这些简单算例都能取得符合预期的结果，接下来将采用将应用经典冲突算例[13]

进行分析。

记互斥且完备的辨识框架

$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_{20}\}$ ，两条独立的证据分别为:

$$m_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = 0.05, m_1(\theta_7) = 0.05$$

$$m_1(\Theta) = 0.1, m_1(A) = 0.8$$

$$m_2(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5) = 1$$

$A$  为  $\Theta$  的子集, 假设  $A$  是从  $\theta_1$  依次增加一个元素, 直至  $A = \Theta$ 。计算结果如表 1 和图 1。

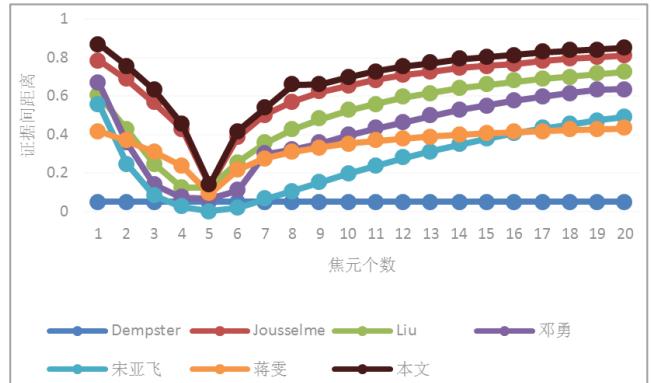


图 1 证据冲突度量对比

Figure 1 Comparison of Evidence Conflict Measures

表 1 证据冲突度量对比

Table 1 Comparison of Evidence Conflict Measures

A	Dempster	Jousselme	Liu	邓勇	宋亚飞	蒋雯	本文
$\{\theta_1\}$	0.05	0.786	0.605	0.669	0.560	0.418	0.871
$\{\theta_1, \theta_2\}$	0.05	0.687	0.426	0.358	0.248	0.368	0.757
$\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$	0.05	0.563	0.248	0.142	0.084	0.310	0.631
$\{\theta_1, \dots, \theta_4\}$	0.05	0.429	0.125	0.071	0.024	0.237	0.457
$\{\theta_1, \dots, \theta_5\}$	0.05	0.132	0.125	0.069	0.004	0.091	0.142
$\{\theta_1, \dots, \theta_6\}$	0.05	0.388	0.258	0.109	0.020	0.219	0.418
$\{\theta_1, \dots, \theta_7\}$	0.05	0.503	0.355	0.299	0.064	0.277	0.535
$\{\theta_1, \dots, \theta_8\}$	0.05	0.571	0.425	0.323	0.107	0.310	0.658
$\{\theta_1, \dots, \theta_9\}$	0.05	0.619	0.480	0.356	0.152	0.335	0.660
$\{\theta_1, \dots, \theta_{10}\}$	0.05	0.655	0.525	0.393	0.197	0.353	0.698
$\{\theta_1, \dots, \theta_{11}\}$	0.05	0.684	0.560	0.430	0.239	0.367	0.729
$\{\theta_1, \dots, \theta_{12}\}$	0.05	0.708	0.591	0.465	0.279	0.379	0.753
$\{\theta_1, \dots, \theta_{13}\}$	0.05	0.727	0.617	0.497	0.315	0.389	0.772
$\{\theta_1, \dots, \theta_{14}\}$	0.05	0.744	0.639	0.526	0.348	0.398	0.789
$\{\theta_1, \dots, \theta_{15}\}$	0.05	0.759	0.658	0.552	0.378	0.405	0.803
$\{\theta_1, \dots, \theta_{16}\}$	0.05	0.766	0.675	0.576	0.406	0.412	0.816
$\{\theta_1, \dots, \theta_{17}\}$	0.05	0.784	0.689	0.597	0.431	0.417	0.826
$\{\theta_1, \dots, \theta_{18}\}$	0.05	0.794	0.702	0.617	0.453	0.423	0.836
$\{\theta_1, \dots, \theta_{19}\}$	0.05	0.804	0.714	0.634	0.474	0.427	0.844
$\{\theta_1, \dots, \theta_{20}\}$	0.05	0.812	0.725	0.637	0.493	0.432	0.851

通过对经典算例 8 进行计算, 以及对图 1 和表 1 的分析可得, 两条证据间的冲突应该随着  $A$  中焦元个数的增加而发生变化, 而 Dempster 方法得出的结果确是两条证据间冲突不变, 与事实不符; 当  $A$  焦元个数为 5 时, 此时两条证据间冲突应该最小, 而 Liu 方法在

$A$  焦元个数为 4 时, 证据间冲突已经达到最低, 且  $A$  焦元个数为 4 和 5 时, 证据间冲突程度相等, 与事实不符。其余 5 种方法的变化趋势一致, 都随着  $A$  焦元个数增加到 5 时, 证据间冲突程度不断降低,  $A$  焦元个数为 5 时达到证据间冲突最低, 证据间冲突随着  $A$

焦元个数的增加而变大, 符合实际情况。因此, 通过常见高冲突证据算例、低冲突证据算例以及经典冲突证据算例, 表明该方法可以有效地衡量证据间冲突程度。

## 5 总结

本文针对传统冲突度量因子在度量高冲突证据的局限性, 提出一种改进证据距离的冲突度量方法。通过改进的证据距离, 可以较好地处理单子集和多子集焦元。最后通过常见高、低冲突证据算例表明该方法可以有效度量证据间的冲突程度, 同时通过经典冲突证据算例进一步验证了该方法的有效性。

## 参考文献

- [1] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multiple valued mapping [J]. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1967, 38(2): 325-339.
- [2] Shafer G. *A mathematical theory of evidence* [M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- [3] Zadeh L A. A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination [J]. *AI Magazine*, 1986, 7(2): 85-90.
- [4] Smets P, Kennes R. The transferable belief model [J]. *Artificial Intelligence*, 1994, 66(2): 191-234.
- [5] Liu W R. Analyzing the degree of conflict among belief functions [J]. *Artificial Intelligence*, 2006, 170(11): 909-924.
- [6] Jousselme A L, Grenier D, Bosse E. A new distance between two bodies of evidence [J]. *Information Fusion*, 2012(2): 91-101.
- [7] 严志军, 陶洋. 基于证据距离和不确定度的冲突数据融合算法 [J]. *计算机工程与应用*, 2018, 54(10): 54-58+104.
- [8] 彭颖, 胡增辉, 沈怀荣. 一种修正证据距离 [J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(7): 1624-1629.
- [9] 邓勇, 王栋, 李齐等. 一种新的证据冲突分析方法 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(6): 839-844.
- [10] 罗贺, 尹艳平, 胡笑旋等. 基于可信因子的证据源修正方法 [J]. *系统工程与电子技术*, 2015, 37(06): 1459-1464.
- [11] 宋亚飞, 王晓丹, 雷蕾等. 基于相关系数的证据冲突度量方法 [J]. *通信学报*, 2014, 35(5): 95-100.
- [12] 蒋雯, 彭进业. 一种新的证据冲突表示方法 [J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(3): 562-565.
- [13] 孙贵东, 关欣, 衣晓等. 冲突证据的相关系数度量方法 [J]. *通信学报*, 2018, 39(12): 30-39.
- [14] 杨建平. 证据理论及其复杂系统可靠性分析方法与应用研究 [D]. 电子科技大学, 2012.