

新型光学交流量热法准确测量小尺寸样品的面内热导率



宋尚智, 张可欣, 江普庆*

华中科技大学能源与动力工程学院, 湖北武汉 430074

摘要: 传统的交流量热法可以准确测量悬空薄膜样品的面内热扩散率, 但由于受样品尺寸要求的限制而不能用于测量小尺寸薄膜或块体材料。本文提出一种新型的光学交流量热法, 采用一束调制的连续波激光对样品进行周期性加热, 另一束连续波激光基于热反射原理对样品表面距离加热激光不同位置处的温度响应进行探测。由于基于光学的新交流量热法采用了高度聚焦的、直径仅为微米级的激光进行测量, 而且采用了最新的多层结构三维各向异性传热模型分析处理实验信号, 因此该方法可以准确测量亚毫米级小尺寸悬空薄膜、支撑薄膜或块体材料的面内热导率, 测量误差小于 5%。本文详细介绍了该方法的实验原理、测量装置、信号采集、数据处理及误差分析方法, 通过对蓝宝石标准样品的测量示例了该方法的应用, 并比较了交流量热法中相位法和幅值法的异同。文章最后综合比较了该方法与其它几种相似的光学热测量技术的优缺点。

关键词: 光学交流量热法; 面内热导率; 热反射法; 小尺寸样品; 幅值法; 相位法

DOI: [10.57237/j.jest.2022.01.006](https://doi.org/10.57237/j.jest.2022.01.006)

A Novel Optical-Based AC Calorimetry Method to Measure In-Plane Thermal Conductivity of Small-Scale Samples

Shangzhi Song, Kexin Zhang, Puqing Jiang*

School of Power and Energy Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

Abstract: Conventional ac-calorimetry method could accurately measure the in-plane thermal diffusivity of suspended thin films but cannot be applied to small-scale samples due to the large sample size required by this method. This work proposes a novel optical-based ac-calorimetry method that circumvents the limitations of the conventional ac-calorimetry method. This new method uses a modulated continuous-wave laser to heat the sample periodically, and another continuous-wave laser to detect the sample's temperature response on the surface at different distances from the heating spot via the principle of thermoreflectance. Since this method uses highly focused laser beams with micrometer-scale spot diameters for optical heating and temperature sensing, and this method uses the state-of-the-art thermal model of 3D anisotropic multilayers for signal processing, this method can accurately measure the in-plane thermal conductivity of suspended and supported thin films and bulk materials with sub-millimeter-scale lateral sizes, with a typical

基金项目: 华中科技大学新进教师科研启动基金 (3004120159).

*通信作者: 江普庆, jpq2021@hust.edu.cn

收稿日期: 2022-12-06; 接受日期: 2023-01-30; 在线出版日期: 2023-02-03

<http://www.energysci-tech.org>

measurement uncertainty of less than 5%. This paper describes the details of this technique, including the basic principle, test device, signal acquisition, data processing, and uncertainty analysis. This technique is demonstrated through measurements of a standard sapphire sample, with the phase and amplitude approaches of ac-calorimetry compared. This technique is also compared with some other related optical-based thermal methods for their pros and cons in the end.

Keywords: Optical-based AC Calorimetry; In-Plane Thermal Conductivity; Thermorefectance; Small-Scale Sample; Amplitude Approach; Phase Approach

1 引言

交流量热法 (AC-Calorimetry) 是上世纪八十年代发展起来的一种可准确测量悬空薄膜样品的面内热扩散率的热测量方法 [1]。它采用经过调制的激光 (频率一般为 1-1000 Hz) 加热样品, 并用热电偶测量样品距离激光加热点 x 处的交流温升信号。在一维导热假设下, 该温升信号随距离 x 的变化可表达为[1]:

$$T(x) = \frac{Q}{4\pi f C h} \exp\left[-\frac{x}{d_f} - i\left(\frac{x}{d_f} + \frac{\pi}{2}\right)\right] \quad (1)$$

其中热扩散长度 $d_f = \sqrt{k_x/\pi f C}$, k_x 是样品水平方向的热导率, C 是样品的体积比热容, f 是激光的调制频率, h 是样品厚度, Q 是吸收的热流密度。由式 (1) 可知, 交流温升的幅值随距离呈指数衰减, 而相位随距离线性滞后, 因此可通过 $\ln|T(x)|$ 对 x 的斜率 (幅值法) 或者 $\varphi(x) = -(x/d_f + \pi/2)$ 对 x 的斜率 (相位法) 获得 $1/d_f$, 从而获得样品的面内热扩散率 k_x/C 。该方法简单准确, 但它采用热电偶作为温度传感器, 限制了对小尺寸样品的测量。另外由于它采用一维导热的模型, 要求样品的厚度需小于热扩散长度的 10%, 即 $h < 0.1d_f$ [2]。

近年来, 基于光学的热反射法的发展使得小尺寸样品的热导率测量变得容易。发展较为成熟的技术有基于超快飞秒激光的时域热反射法 (TDTR) [3] 和基于连续波激光的频域热反射法 (FDTR) [4]。此外, 还有新开发的稳态温升热反射法 (SSTR) [5] 和空间域热反射法 (SDTR) [6] 等。这些热反射法的特点是采用一束经调制的激光周期性加热样品, 采用另一束激光作为探测光, 通过被加热样品表面的反射率随温度的线性变化来测量样品表面的局部温度变化, 从而确定样品相关的热物性。由于探测激光可以由高倍显微物镜聚焦在样品表面形成微米直径的光斑, 从而实现微米级分辨率的加热和温度探测, 因此该方法极大地放宽了对样品尺寸的限制。

另外基于热反射法的实验可建立多层结构的三维各向异性传热模型[7], 因此该方法不再局限于测量特定厚度的悬空薄膜材料, 还可同时测量有衬底的薄膜材料以及块体材料。

本文介绍了一种基于光学的交流量热法, 该方法将传统交流量热法和热反射技术的优点结合起来, 可用于测量亚毫米级小尺寸块体和薄膜材料的任意范围内的面内热导率。由于采用三维各向异性传热模型, 这一方法比起传统交流量热法的一维传热假设更为精确, 因此对样品几何尺寸的要求也更为宽松, 既可测量块体也可测量薄膜材料。

2 实验方法

本文所介绍的新型光学交流量热法是传统交流量热法[1, 2, 8, 9]和热反射技术[4]的结合。实验采用泵浦-探测技术, 利用一个较低的频率调制泵浦激光, 从而对样品进行周期性加热; 根据交流量热法的基本原理, 通过改变探测激光与泵浦激光之间的偏移距离, 测量距离加热激光不同距离处的温升幅值和相位信号, 再根据传热模型对采集到的信号进行分析和处理, 可以同时获得样品的面内热导率以及光斑尺寸。

2.1 实验装置和信号采集

实验系统如图 1 所示。一束波长为 488 nm 的泵浦激光经频率调制后由分色镜反射进入物镜并聚焦在样品表面, 对样品进行周期性加热。另一束波长为 532 nm 的探测激光经偏振分光棱镜分成两路, 其中一路作为参考信号直接进入平衡光电探测器, 另一路穿过分色镜进入物镜并聚焦在样品表面, 探测样品表面的温度响应。调节分色镜的角度可以改变泵浦光斑在样品表面的位置, 从而使探测激光探测在样品表面距

离泵浦激光不同位置处的温度响应。反射的探测光进入平衡光电探测器, 进一步转化为电信号, 最后由锁相放大器提取调制频率下的幅值和相位信号。在 532 nm 探测光的波长下, 金具有很高的热反射系数 ($\sim 2 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$), 适合用作温度传感层以提高信噪比; 但在测量较低面内热导率的材料如熔融石英时, 需要相应采用低热导率金属做温度传感层, 以提高相位梯度信号对样品面内热导率的敏感性, 从而提高测量精度。通常金属传感层的热导率不宜大于待测样品面内热导率的二十倍。

实验测量中, 采用锁相放大器记录温度响应的幅值和相位信号随样品表面泵浦和探测光斑的相对偏移距离的变化。取零偏移处的信号为基准, 对幅值信号作归一化处理, 即 $A_{\text{norm}} = A/A(x_c = 0)$, 对相位信号作差分处理, 即 $\Delta\varphi = \varphi - \varphi(x_c = 0)$ 。在偏移距离 x_c 大于 2 倍光斑半径 w_0 的区间, 与传统流量热法类似, 温度响应的相位信号 $\Delta\varphi$ 或者幅值信号的对数值 $\ln(A_{\text{norm}})$ 对偏移距离 x_c 的斜率直接与 $1/d_f$ 相关, 从而可以获得样品的面内热扩散率 k_x/C 。在 $x_c < 2w_0$ 的区间, 温度响应的幅值或相位信号主要受光斑尺寸的影响, 因此可以通过对其拟合同时确定激光光斑尺寸。这里光斑半径 w_0 定义为样品表面泵浦光斑和探测光斑 $1/e^2$ 半径的均方根, 即 $w_0 = \sqrt{\frac{w_{\text{pump}}^2 + w_{\text{probe}}^2}{2}}$ 。

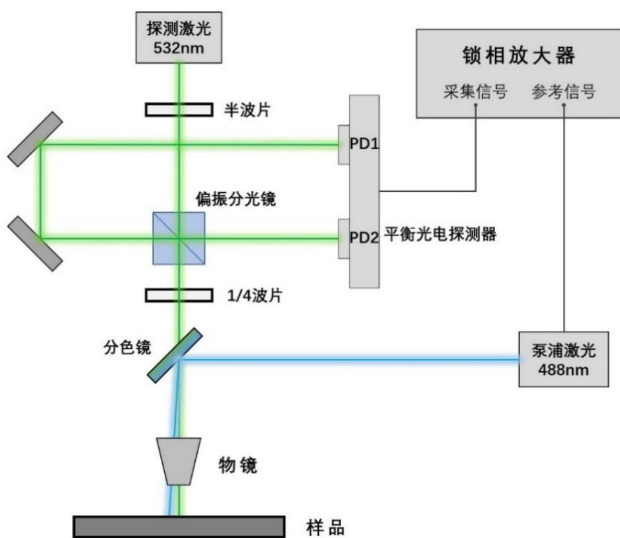


图1 基于光学的流量热法实验系统示意图

图2展示了在 50 kHz 调频下, 采用 $2.8 \mu\text{m}$ 的光斑半径测量镀有 100 nm 金膜的蓝宝石样品的实验数据和拟合结果。其中符号为实验测量信号, 图 2

(a-d) 中的实线是对测量信号的最佳拟合曲线, 图 2 (a、b) 中的虚线是最佳拟合 k_x 值变化 +30% 对应的模拟信号, 图 2 (c、d) 中的虚线是最佳拟合 w_0 值变化 +30% 对应的模拟信号。注意其中相位信号的绘制采用了线性坐标而幅值信号的绘制采用了对数坐标。由图 2 (a、b) 可以看出, 在偏移距离 $x_c > 2w_0$ 的范围, 差分相位 $\Delta\varphi$ 和对数幅值 $\ln(A_{\text{norm}})$ 相对偏移距离 x_c 的斜率均与蓝宝石样品的面内热导率 k_x 直接相关。因此, 通过拟合图 2 (a、b) 中的相位信号或者幅值信号, 或者对两种信号同时拟合, 均可确定蓝宝石的面内热导率。而由图 2 (c、d) 可以看到, 在偏移距离 $x_c > 2w_0$ 的范围, 差分相位 $\Delta\varphi$ 和对数幅值 $\ln(A_{\text{norm}})$ 的大小随光斑尺寸 w_0 变化而上下平移, 其斜率基本不受 w_0 的影响。由于 k_x 和 w_0 对信号影响的方式不同, 因此, 通过拟合相位信号或者幅值信号, 或者两种信号同时拟合, 可以同时确定蓝宝石的面内热导率和光斑尺寸。

图 2 (e、f) 展示了实验信号与模拟信号的平均偏差随拟合参数的变化, 其中红色实线为拟合差分相位信号的结果, 黑色点划线为拟合归一化幅值信号的结果, 图 2 (e) 展示的拟合参数为 k_x , 图 2 (f) 展示的拟合参数为 w_0 。这里实验与模拟信号的平均偏差定义为

$$\eta = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{S_i}{f(x_{c,i})} - 1 \right)^2}, \quad |x_c| > w_0, \quad (2)$$

其中 S_i 为第 i 个实验信号测量值, $x_{c,i}$ 为对应的偏移距离, $f(x_{c,i})$ 为对应的模型预测值。该平均偏差仅统计了 $|x_c| > w_0$ 的数据点, 因为在 $-w_0 < x_c < w_0$ 的区间, 差分相位 $\Delta\varphi$ 和归一化幅值 A_{norm} 的值分别被限定为 0 和 1 附近, 对提取拟合参数的意义不大。图 2 (e) 显示分别拟合差分相位信号和归一化幅值信号得到蓝宝石的面内热导率最佳拟合值均为 $k_x = 36 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, 体现了高度一致性, 并与文献值[10]吻合得非常好。图 2 (f) 显示最佳拟合归一化幅值信号和差分相位信号得到的光斑半径略有差别, 分别为 $w_0 = 2.8 \mu\text{m}$ 和 $2.7 \mu\text{m}$ 。然而, 归一化幅值信号对光斑半径更为敏感, 表现为当 w_0 的拟合值稍微偏离最佳拟合值时, 幅值信号拟合的标准偏差急剧增大, 而相位信号拟合的标准偏差变化平缓。因此, 通过拟合归一化幅值信号获得的光斑半径更为准确。

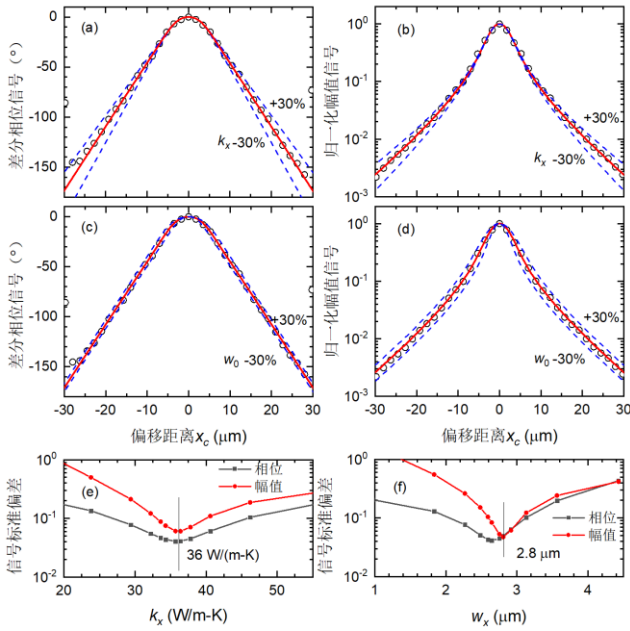


图2 激光光斑半径为 $2.8 \mu\text{m}$ 、调制频率为 50 kHz 下测量的镀有 100 nm 金膜的蓝宝石样品的光学流量热实验信号与拟合结果。图(a、c)所示为相位差信号 $\Delta\phi$ ，图(b、d)为归一化幅值信号 A_{norm} 。圆圈符号代表实验测量信号，曲线为传热模型计算的信号。图(e、f)为信号拟合的标准偏差随拟合参数的变化，最小拟合偏差处对应了最佳拟合值。

2.2 敏感性分析

光学流量热法测量中的传热过程除了涉及到待测样品的面内热导率 k_x 外，相关的参数还包括：金膜的热导率 k_{Au} 、比热容 C_{Au} 、厚度 h_{Au} ；待测样品的纵向热导率 k_z 、比热容 C ；界面热导 G 和光斑半径 w_0 。为了综合衡量实验测量的相位信号和幅值信号对传热模型中各个参数的敏感性，定义差分相位信号 $\Delta\phi$ 对参数 α 的敏感性系数为

$$S_{\alpha}^{\Delta\phi} = \frac{\partial \Delta\phi}{\partial \ln \alpha} \times 1\%, \quad (3)$$

表示参数 α 增大 1% 会使差分相位信号 $\Delta\phi$ 变化多少角度，以及归一化幅值信号 A_{norm} 对参数 α 的敏感性系数为

$$S_{\alpha}^{A_{\text{norm}}} = \frac{\partial \ln A_{\text{norm}}}{\partial \ln \alpha}, \quad (4)$$

表示参数 α 增大 1% 会使归一化幅值信号 A_{norm} 变化百分之多少。这里两种信号的敏感性系数的定义有所差异，主要是根据相位信号随偏移距离线性滞后、幅值信号随偏移距离指数衰减的特点来确定的。

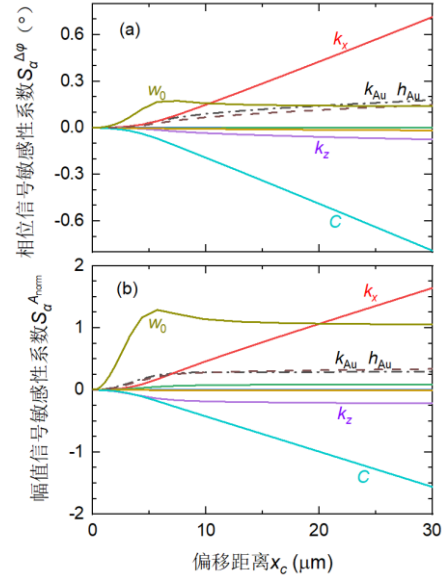


图3 光学流量热信号对传热模型中各个参数的敏感度系数随偏移距离 x_c 的变化，测量案例与图2相同。图(a)所示为相位差信号 $\Delta\phi$ 的敏感度系数，图(b)为归一化幅值信号 A_{norm} 的敏感度系数。其中较为敏感的几个参数包括待测样品的面内热导率 k_x 和比热 C ，以及光斑半径 w_0 。此外，金膜的厚度 h_{Au} 、热导率 k_{Au} 和待测样品的纵向热导率 k_z 也对测量信号有一点影响。

图3(a、b)展示了图2的测量案例中差分相位信号 $\Delta\phi$ 和归一化幅值信号 A_{norm} 对传热模型中各参数的敏感性系数随偏移距离 x_c 的变化。由图可以看到，差分相位信号 $\Delta\phi$ 和归一化幅值信号 A_{norm} 对样品面内热导率 k_x 的敏感性系数均随 x_c 线性增大，说明主要是信号对 x_c 的斜率对 k_x 敏感；信号对样品比热容 C 的敏感性系数与对 k_x 的敏感性系数大小相等，符号相反，说明当信号对 k_x 敏感时，本质是对样品的面内热扩散率 k_x/C 敏感。另一方面，在偏移距离 $x_c \approx 2w_0$ 时，差分相位信号和归一化幅值信号主要对激光光斑尺寸 w_0 而对其它信号均不太敏感，因此激光光斑尺寸可以通过拟合 $x_c \approx 2w_0$ 的偏移位置处的幅值或者相位信号而确定。差分相位信号和归一化幅值信号对金膜的热导率 k_{Au} 、厚度 h_{Au} 和待测样品的纵向热导率 k_z 也略微敏感，这些输入参数的误差最终会影响 k_x 和 w_0 测量的准确性，其误差需要通过误差传递公式来估计。

2.3 误差分析

同时拟合多组信号获得多个参数的误差分析可以采用全误差传递公式。该公式不仅考虑了所有输入参数的不确定性，也考虑了实验数据的拟合质量以及测量信号噪声带来的误差。类似的误差分析也可以在之

前的 FDTR 和 TDTR 实验中找到[11-13]。

通过最小二乘回归法对差分相位信号 $\Delta\varphi$ 和归一化幅值信号 A_{norm} 分别或者同时拟合得到 k_x 和 w_0 ，这一拟合过程即为寻求图 2 (e、f) 所示的信号拟合标准偏差的最小值，数学上表达为：

$$\psi(U) = \prod_j \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{s_i^j}{f^j(U, P, x_{c,i})} - 1 \right)^2}, |x_c| > w_0 \quad (5)$$

其中 S_i^j 第 j 组测量信号的第 i 个值， f^j 是对应的传热模型模拟值；U 和 P 分别是待求参数和控制参数的列向量，即 $U = (k_x, w_0)^T$ ， $P = (k_{\text{Au}}, C_{\text{Au}}, h_{\text{Au}}, G, k_y, k_z, C)^T$ 。

在最佳拟合的情况下，对于 U 中的每一个向量， ψ 的梯度都应该为零，即：

$$\left. \frac{\partial \psi(U)}{\partial u_l} \right|_U = 0, \text{ 其中 } l = 1, 2, \dots, n_u \quad (6)$$

对于输入参数的不确定性，考虑其服从正态分布，取其平均值作为期望，取两倍标准差 2σ 作为不确定性范围。用 P^* 表示一组随机的输入参数， U^* 为对应的最佳拟合参数。由所有可能的 U^* 的取值可以判断出未知参数的不确定性。经过分析推导得到 U^* 的协方差矩阵 $\text{Var}[U^*]$ 如下：

$$\text{Var}[U^*] = \begin{pmatrix} \sigma_{u_1}^2 & \text{cov}[u_1, u_2] & \cdots \\ \text{cov}[u_2, u_1] & \sigma_{u_2}^2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (7)$$

其中主对角线上的元素是未知参数的方差，未知参数的标准偏差可确定为其方差的平方根，而不确定性则为其标准偏差的两倍，即 $2\sigma_{u_i}$ 。

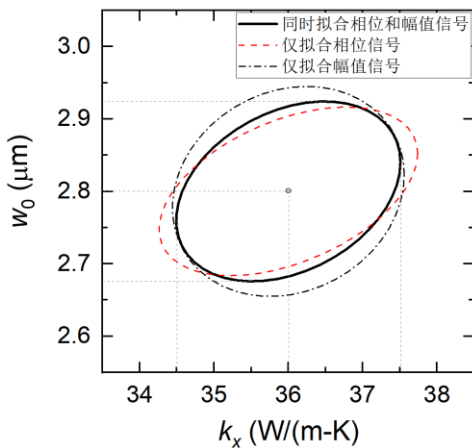


图 4 光学交流量热法测得的蓝宝石样品的面内热导率 k_x 和光斑半径 w_0 的误差估计，具体测量案例与图 2 相同。

图 4 展示了通过信号拟合同时获得蓝宝石样品面内热导率 k_x 和激光光斑半径 w_0 的误差估计，椭圆形表示 k_x 和 w_0 的 95%置信区域，其中实线表示同时拟合差分相位和归一化幅值信号，虚线表示仅拟合差分相位信号，点划线表示仅拟合归一化幅值信号。由图显示通过信号拟合，得到蓝宝石样品面内热导率 $k_x = 36 \pm 1.5 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ，相对误差为 4.2%，激光光斑半径 $w_0 = 2.8 \pm 0.12 \text{ } \mu\text{m}$ ，相对误差为 4.3%。这里误差的估计假设了输入参数中 k_{Au} 、 k_z 和 G 的不确定度为 10%， C_{Au} 和 C 的不确定度为 3%，以及 h_{Au} 的不确定度为 5%。

值得注意的是，成熟的 TDTR 和 FDTR 技术在确定纵向热导率时通常有约 10% 的不确定性[3]，在确定面内热导率时有更大的不确定性[14, 15]。由于 TDTR 和 FDTR 使用的是 MHz 量级的高调制频率，所以相位信号对金属传感层的热容量 $h_m C_m$ 和金属-样品界面的热导 G 也非常敏感，该不确定性会传播并导致在确定样品的热导率时的产生更大的不确定性。然而，由于这种新的光学交流量热法测量获得的相位信号和幅值信号的梯度仅对样品的面内热扩散率敏感，从而大大改善了测得热导率的不确定性。

3 比较

这种新型的光学交流量热法选择性地将传统交流量热法和热反射法的优点结合了起来，形成了一种可用于准确测量小尺寸薄膜或块体材料面内热导率的实验方法。相较于传统的交流量热法，这种基于光学的交流量热法采用微米级尺寸的激光进行加热和测温，以及采用了三维热传导模型，因此这种方法极大地放宽了对样品尺寸的要求，即可测量薄膜也可测量块体材料，还能测量径向尺寸数十微米以上的小尺寸样品。而相较于其它发展较为成熟的光热技术比如时域热反射法 (TDTR) 和频域热反射法 (FDTR)，这种新型的光学交流量热法能够同时测量样品的面内热导率以及实验所使用的激光光斑尺寸，可测量的面内热导率范围更宽 (可低至 $1 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$)，测量误差更小 (<5%)。相比而言，TDTR 和 FDTR 能测量的面内热导率的范围局限为 $> 10 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ，测量误差通常>10% [14, 15]。

这种新型的光学交流量热法相较于 TDTR 和 FDTR 还有其它优点。比如，这套系统采用简易的连续波激光进行加热和测温，相较于 TDTR 极大地降低了系统的硬件成本和维护难度。新型光学交流量热法无

需修正泵浦光的参考相位,使得操作相对 FDTR 更简单,测量结果也更可靠。当然,这种光学交流量热法仍然依靠热反射原理探测样品的温度变化,因此它继承了与 TDTR 和 FDTR 等热反射技术相同的局限,即需要样品表面足够光滑,通常要求样品表面粗糙度小于 15 nm [16],并需要选择合适的激光波长和金属温度传感层,以保证获得较高的热反射系数。

4 总结

综上所述,本文介绍了一种新的基于光学的交流量热法,兼有传统交流量热法和基于光学的热反射法的优点,测量精确度高(不确定度小于 5%)、可测量的面内热导率范围广(测量范围 $1\sim 2000\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$)、可测量小尺寸样品(横向直径小至 0.1 mm),可同时测量样品面内热导率和激光光斑尺寸。该方法同时还兼具系统成本低、操作简单、测量可靠等优点,有望在光电子、半导体器件、核技术、新材料等工业和科研领域发挥重要的作用。

参考文献

- [1] I. Hatta, Y. Sasuga, R. Kato, A. Maesono, Thermal diffusivity measurement of thin films by means of an ac calorimetric method, *Rev. Sci. Instrum.*, 56 (1985) 1643.
- [2] X.Y. Yu, L. Zhang, G. Chen, Thermal-wave measurement of thin-film thermal diffusivity with different laser beam configurations, *Rev. Sci. Instrum.*, 67 (1996) 2312.
- [3] P. Jiang, X. Qian, R. Yang, Tutorial: Time-domain thermoreflectance (TDTR) for thermal property characterization of bulk and thin film materials, *J. Appl. Phys.*, 124 (2018) 161103.
- [4] A.J. Schmidt, R. Cheaito, M. Chiesa, A frequency-domain thermoreflectance method for the characterization of thermal properties, *Rev. Sci. Instrum.*, 80 (2009) 094901.
- [5] J. L. Braun, D.H. Olson, J. T. Gaskins, P.E. Hopkins, A steady-state thermoreflectance method to measure thermal conductivity, *Rev. Sci. Instrum.*, 90 (2019) 024905.
- [6] P. Jiang, D. Wang, Z. Xiang, R. Yang, H. Ban, A new spatial-domain thermoreflectance method to measure a broad range of anisotropic in-plane thermal conductivity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 191 (2022) 122849.
- [7] D. G. Cahill, Analysis of heat flow in layered structures for time-domain thermoreflectance, *Rev. Sci. Instrum.*, 75 (2004) 5119.
- [8] I. Hatta, R. Kato, A. Maesono, Development of ac Calorimetric Method for Thermal Diffusivity Measurement. II.: Sample Dimension Required for the Measurement, *Jpn. J. Appl. Phys.*, 26 (1987) 475.
- [9] T. Yamane, Y. Mori, S.-i. Katayama, M. Todoki, Measurement of thermal diffusivities of thin metallic films using the ac calorimetric method, *J. Appl. Phys.*, 82 (1997) 1153-1156.
- [10] D.G. Cahill, S.-M. Lee, T.I. Selinder, Thermal conductivity of $\kappa\text{-Al}_2\text{O}_3$ and $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ wear-resistant coatings, *J. Appl. Phys.*, 83 (1998) 5783-5786.
- [11] J. Yang, E. Ziade, A.J. Schmidt, Uncertainty analysis of thermoreflectance measurements, *Rev. Sci. Instrum.*, 87 (2016) 014901.
- [12] P. Jiang, X. Qian, X. Gu, R. Yang, Probing Anisotropic Thermal Conductivity of Transition Metal Dichalcogenides MX₂ (M = Mo, W and X = S, Se) using Time-Domain Thermoreflectance, *Adv. Mater.*, 29 (2017) 1701068.
- [13] P. Jiang, X. Qian, X. Li, R. Yang, Three-dimensional anisotropic thermal conductivity tensor of single crystalline $\beta\text{-Ga}_2\text{O}_3$, *Appl. Phys. Lett.*, 113 (2018) 232105.
- [14] P. Jiang, X. Qian, R. Yang, Time-domain thermoreflectance (TDTR) measurements of anisotropic thermal conductivity using a variable spot size approach, *Rev. Sci. Instrum.*, 88 (2017) 074901.
- [15] D. Rodin, S.K. Yee, Simultaneous measurement of in-plane and through-plane thermal conductivity using beam-offset frequency domain thermoreflectance, *Rev. Sci. Instrum.*, 88 (2017) 014902.
- [16] D. G. Cahill, P.V. Braun, G. Chen, D. R. Clarke, S. Fan, K. E. Goodson, P. Keblinski, W.P. King, G. D. Mahan, A. Majumdar, H. J. Maris, S.R. Phillpot, E. Pop, L. Shi, Nanoscale thermal transport. II. 2003–2012, *Appl. Phys. Rev.*, 1 (2014) 011305.