

时间补偿因子和卡尔曼滤波混合算法的 超声波定位精度优化



张兴红¹, 陈然^{1,*}, 徐翊^{1,2}, 袁罗浩¹, 李红润¹

¹重庆理工大学两江国际学院, 重庆 401135

²韩国科学技术院电气工程学院, 韩国大田 34141

摘要: 在超声波定位系统进行定位时, 由于超声波定位系统因超声波接收端按顺序测距、系统解算时间以及信号传输时间导致的定位系统具有一定的延迟, 对定位精度有较大影响, 本文通过对定位算法 TOA 进行优化改进以提高超声波定位系统的精度; 该方案主要是设定一个针对待定位物体速度与系统单位定位时间的时间补偿因子, 对误差进行弥补, 使其达到待定位物体静止时相同的定位精度; 再通过卡尔曼滤波算法对不同速度下的定位结果进行修正, 使得超声波定位系统的定位精度进一步提高。通过 MATLAB 对整个定位方案进行仿真, 仿真结果表明, 在一定速度时, 定位精度也可稳定在 2cm 以内, 能够很好的针对具有一定速度的待定位物体进行移动定位; 最后使用 Arduino Uno 为核心的定位系统对整个方案进行实验, 实验的效果验证了仿真的结果, 表明了该方案能够很好的提升对移动物体的定位精度, 尤其是待定位物体匀速运动时, 定位精度趋于稳定, 能够很好的针对具有一定速度的待定位物体进行定位。

关键词: 误差补偿; TOA 算法; 卡尔曼滤波算法

DOI: [10.57237/j.se.2022.01.002](https://doi.org/10.57237/j.se.2022.01.002)

Optimization of Ultrasonic Positioning Accuracy by Hybrid Algorithm of Time Compensation Factor and Kalman Filter

Zhang Xing-hong¹, Chen Ran^{1,*}, Xu Yi^{1,2}, Yuan Luohao¹, Li Hongrun¹

¹Liang-Jiang International College, Chongqing University of Technology, Chongqing 401135, China

²School of Electrical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Daejeon 34141, Korea

Abstract: In the ultrasonic positioning system, the positioning system has a certain delay due to the sequential ranging at the ultrasonic receiver, the system's decoding time and the signal transmission time, which has a great impact on the positioning accuracy. The solution is to set a time compensation factor for the speed of the object to be positioned and the positioning time of the system unit to compensate for the error, so as to achieve the same positioning accuracy when the object to be positioned is stationary; then the Kalman filter algorithm is used to correct the positioning results at different speeds, so that the positioning accuracy of the ultrasonic positioning system can be further improved. The

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51875069); 重庆理工大学研究生创新项目 (gzlxc20223131).

*通信作者: 陈然, crnono@yeah.net

收稿日期: 2022-09-09; 接受日期: 2022-10-10; 在线出版日期: 2022-11-01

<http://www.sciandeng.com>

simulation results show that the positioning accuracy can be stabilized within 2cm at a certain speed, which is able to move and position the object to be positioned at a certain speed; finally, the experiments are conducted using the Arduino Uno as the core positioning system, and the experimental results verify the simulation results and show that the solution can The experimental results verify the simulation results and show that the solution is able to improve the positioning accuracy of moving objects, especially when the object to be positioned moves at a constant speed, the positioning accuracy tends to be stable, and the object to be positioned with a certain speed can be positioned well.

Keywords: Error Compensation; TOA Algorithm; Kalman Filtering Algorithm

1 引言

信息技术不断发展的万物互联时代[1]，“位置”作为信息组成的一部分已成为人们生产生活的基本要素；基于其巨大的应用价值，定位技术的相关研究不断创新与发展，其中定位技术的分支：室内定位技术的需求更是不断增加。室内定位广泛应用于许多领域，如空气书写中字迹的定位识别[2-4]、舞台灯光的定位追踪[5]、高压电网中寻找变压器局部放电的位置[6, 7]、智能机器人跟随定位[8]、管材缺陷定位[9]等。而超声波定位技术在相关室内定位技术中由于以下几点更具有优势：信号易处理；低成本[10]；抗干扰能力强；定位精度较高[11]。

综合已有的研究，发现对移动物体进行超声波定位时，由于超声波接收端按顺序测距、系统解算时间、信号传输时间会导致定位系统具有一定的延迟，因此，本文提出了一种针对于移动物体误差补偿和卡尔曼滤波的混合算法用以优化改进超声波定位精度。

2 TOA 算法改进

2.1 TOA 算法原理

超声波发射端（待定位物体）发射超声波信号到各个超声波接收端所经过的时间，系统接收到的时间与超声波在一定温度下的速度的乘积为待定位物体到各个基站的距离，当高一定时，即可以各个超声波接收端为圆心，距离为半径作圆，两个距离圆相交于两点，得到超声波发射端的两个位置解，所以需要第三个距离圆才能确定发射端的实际位置[12, 13]。

为方便计算，假设 XOY 平面是待定位空间的天花板，并且假设超声波接收器布置在该平面上的位置为 $A(0, 0, 0)$ 、 $B(a, 0, 0)$ 、 $C(0, b, 0)$ ，被定位物体 M 则位于地面，其空间坐标位置为 $M(x, y, z)$ ，此时三个接收点

至待定位物体 M 的距离分别为 D_1, D_2, D_3 [14]。超声波三维定位结构如图 1 所示，由图可列得式(1)。

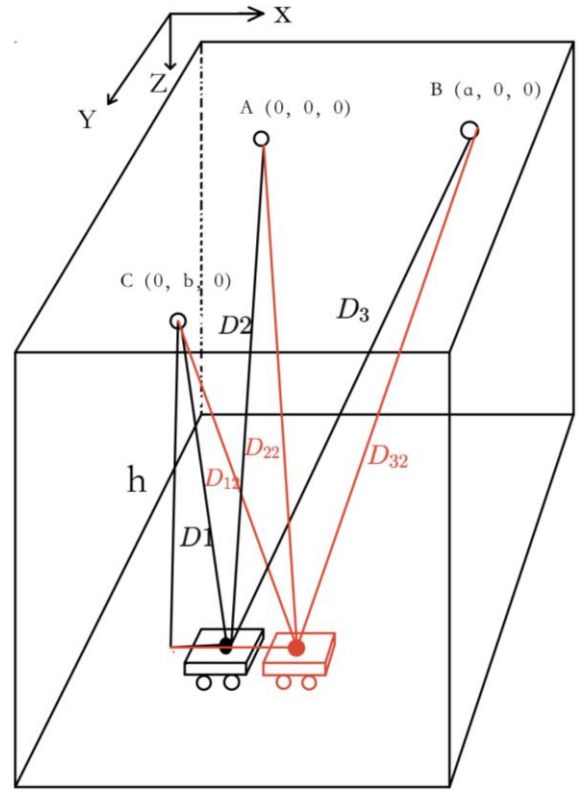


图 1 系统示意图

$$\begin{cases} D_1^2 = x^2 + (b-y)^2 + z^2 \\ D_2^2 = x^2 + y^2 + z^2 \\ D_3^2 = (a-x)^2 + y^2 + z^2 \end{cases} \quad (1)$$

解上述方程得：

$$\begin{cases} x = (D_3^2 - D_1^2 + z^2)/2 \\ y = (D_3^2 - D_2^2 + b^2)/2 \\ z = \sqrt{D_3^2 - x^2 - y^2} \end{cases} \quad (2)$$

对式(1)进行解方程可得 $M(x, y, z)$ 的坐标位置, 如(2)式所示。

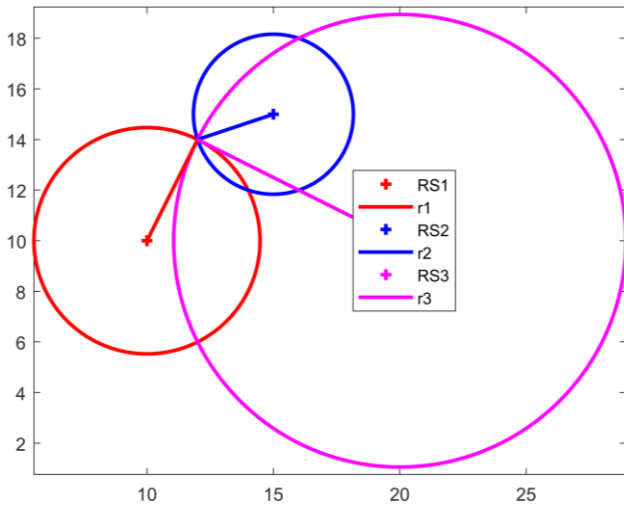


图 2 TOA-二维示意图

当高一定时, TOA 算法定位的数学模型可以认为是三个圆相交于一点的几何模型, 如图 2 所示。当超声波接收器和发射器的时间能够同步一致时, 可测得待定位物体到达固定基站的准确时间[14]。再通过 TOA 算法对时间数据进行计算实现目标物体的定位, 而目标物体的位置在三个距离圆的交点处, 这样就至少需要 3 个超声波接收器(基站)才能实现定位, 并且 3 个接收器不能共线[14, 15]。

2.2 TOA 算法定位移动物体的缺陷分析

在确定超声波接收端布局、数量后, 考虑到超声波在空气中的传播需要时间 t_1 , 电路系统传输信号需要时间 t_2 , 定位算法解算时间 t_3 , 即定位系统启动时, 按照顺序有:

- 控制端给超声波发射端发射信号需要时间 t_2 ;
- 超声波发射端发射超声波给接收端在空气中传播需要时间 t_1 ;
- 超声波接收端将信号传递回控制端需要时间 t_2 ;
- 计算机通过 TOA 算法去解算位置坐标需要时间 t_3 。

假设待定位物体的速度为 v , 且为匀速直线运动; 在定位的单位时间 t 内, 系统定位一次, 这就需要有至少三次的测距, 那么移动物体的移动距离为:

$$\begin{cases} s_1 = v \times t_2 \\ s_2 = v \times (t_1 + t_2) \\ s_3 = v \times (t_1 + t_2) \\ s_4 = v \times t_3 \end{cases} \quad (3)$$

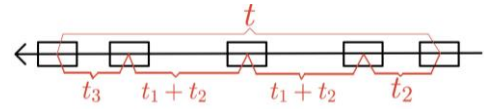


图 3 一次定位时间中时间划分

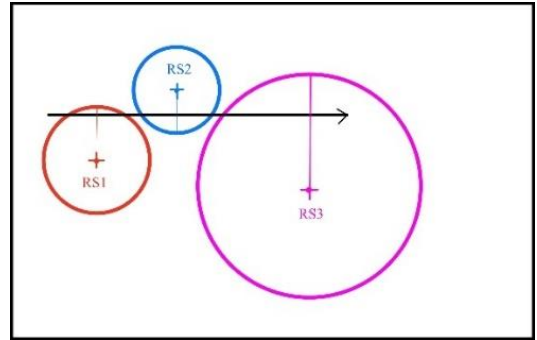


图 4 改变后的 TOA-二维示意图

从图中可以看出, 对于一次定位来说, 经过定位算法解算出的定位坐标相对于此时的真实位置将会有一定的位移:

$$S = s_2 + s_3 + s_4 \quad (4)$$

这样二维 TOA 示意图 2 就从图变为图 4。

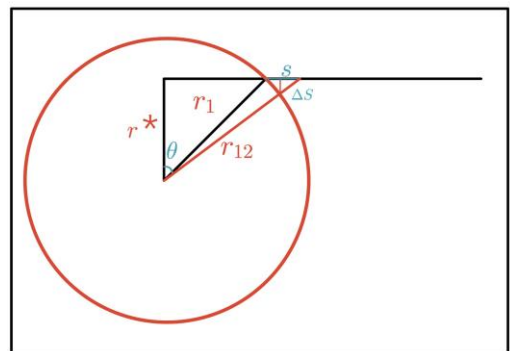


图 5 改变后的 TOA 算法简化示意图

为计算方便, 将改变后的 TOA 算法示意图简化, 其中第一个半径 r_1 在经过待定位物体经过一段位移后, 其大小可以化简为 r_{12} , 如图 5 所示。从图可知, 新的半径 r_{12} 与 ΔS 的大小相关, 而 ΔS 又与待定位物体的位移 S 相关, 又由相似三角形的性质可知 S 与 ΔS 的关系如式(5)所示:

$$\begin{cases} \Delta s \approx S \times \sin \theta \\ \arccos \frac{r^*}{r_1} \leq \theta < 90^\circ \\ 0 < r^* < r_1 \end{cases} \quad (5)$$

S 可由运动时间和运动速度确定,但是直接获取 t_1 、 t_2 、 t_3 并不容易,因此需要通过计算机端发出指令到接收到位置坐标信息所花费的时间来确定总的时间约为 t ,如图6所示, T 为超声波发射端(待定位物体), R_i 为超声波接收端,对待定位物体进行一次定位需要时间 t 。

再结合前文对位移误差的分析,为计算方便,将时间 t 平均分为三段,分别代表每一次测距的位移误差,对于第一次测距,其位移误差为:

$$S_{12} = v \times \frac{1}{3} \times t \quad (6)$$

第二次测距,其位移误差为:

$$S_{22} = v \times \frac{1}{3} \times t \quad (7)$$

第三次测距,其位移误差为:

$$S_{32} = v \times \frac{1}{3} \times t \quad (8)$$

如式(6)-(8)所示,基于时间的补偿因子可简化为式(9):

$$\Delta s \approx S \times f(\theta) = S \times \sin \theta \quad (9)$$

将 $f(\theta)$ 进行泰勒展开得:

$$f(\theta) = \sum_{i=0}^n \frac{f^{(i)}(\theta_0)}{i!} (\theta - \theta_0)^2 + R_n(\theta) \quad (10)$$

考虑到 r^* 的范围在0到 r_1 之间,所以可以确定 θ 的范围为0到90度,根据泰勒中值定理,设 θ_0 为45度,用函数 $f(\theta)$ 在 θ_0 的信息描述其附近取值。

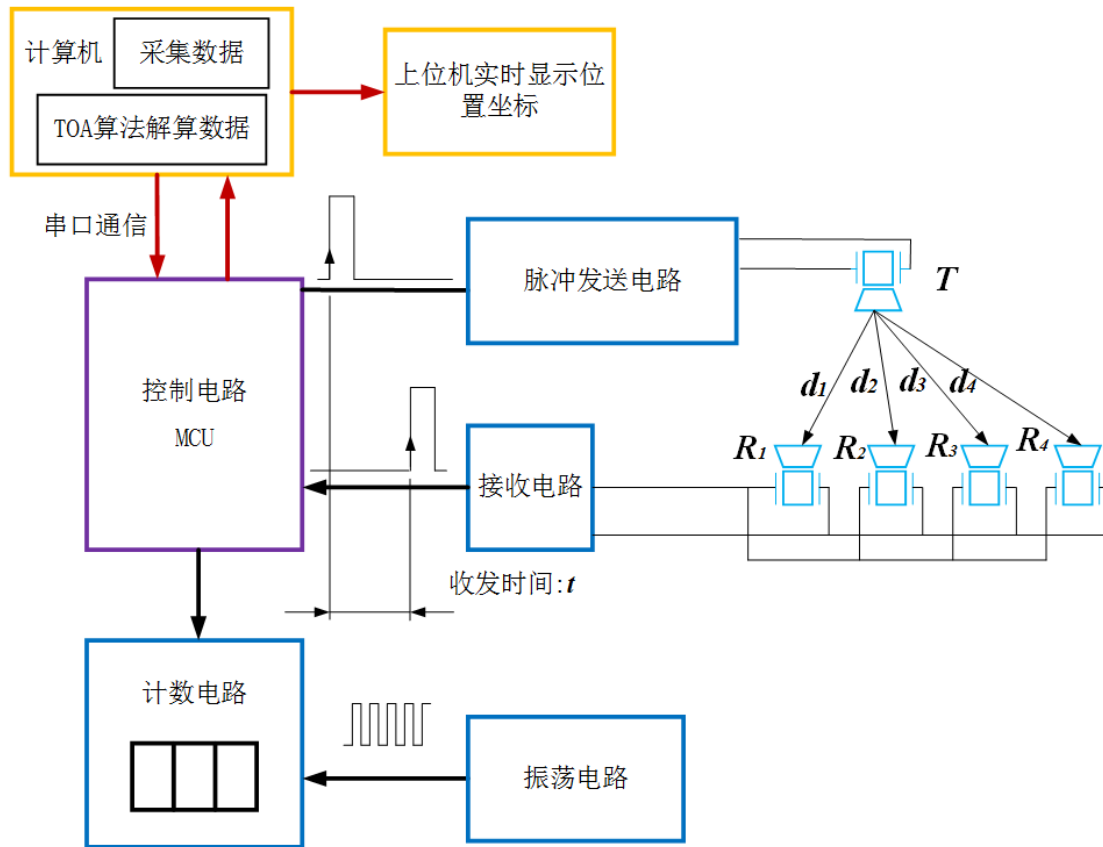


图6 系统结构

2.3 TOA 算法改进

通过上述对时间补偿因子的分析,一次定位的补偿因子如式(11)所示:

$$\begin{cases} \Delta s_1 \approx S_{12} \times f(\theta) \\ \Delta s_2 \approx S_{22} \times f(\theta) \\ \vdots \\ \Delta s_i \approx S_{i2} \times f(\theta) \end{cases} \quad (11)$$

式中 r^* 代表 2 维平面上待定位物体距离测距圆心的纵轴距离。考虑到三次测距即可定位, 仅考虑 s_{12} 、 s_{22} 、 s_{32} 可得式(12)。

$$\begin{cases} r_{12} = r_1 + \Delta s_1 = r_1 + S_{12} \times f(\theta) \\ r_{22} = r_2 + \Delta s_1 = r_2 + S_{22} \times f(\theta) \\ r_{32} = r_3 + \Delta s_1 = r_3 + S_{32} \times f(\theta) \end{cases} \quad (12)$$

在改进的算法中, 将 r_1 替换为 r_{12} 、同理将 r_2 替换为 r_{22} 、 r_3 替换为 r_{32} , 这样 TOA 算法就改变为式(13):

$$(x_{i2} - x)^2 + (y_{i2} - y)^2 = r_{i2}^2, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (13)$$

将式(13)展开得:

$$x_{i2}^2 + y_{i2}^2 + x^2 + y^2 - 2x_i x - 2y_i y = r_{i2}^2 \quad (14)$$

令 $x^2 + y^2 = R$ 得到:

$$-2x_i x - 2y_i y + R = r_{i2}^2 - x_{i2}^2 - y_{i2}^2 \quad (15)$$

将其改为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} -2x_1 & -2y_1 & 1 \\ -2x_2 & -2y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -2x_n & -2y_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{12}^2 - x_{12}^2 - y_{12}^2 \\ r_{22}^2 - x_{22}^2 - y_{22}^2 \\ \vdots \\ r_{n2}^2 - x_{n2}^2 - y_{n2}^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

计算便可得到位置坐标。

3 卡尔曼滤波对定位结果的修正

定位时, 通过 TOA 算法得到一个测量位置, 且运动目标是匀速直线运动的, 由此便可通过历史位置和速度来预测当前位置; 且将实际测量的结果与预测出的结果经过加权平均后便可作为定位的结果, 同时还可以根据实际测量结果与根据算法得到的预测结果的偏离程度得到其权值的大小, 而且预测和观查过程都有一个目标位置的概率分布, 则可取一个联合概率最优的预测位置作为估计值[16-19]。

卡尔曼滤波过程如式所示:

预测方程:

$$x_k^- = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} \quad (17)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (18)$$

更新方程:

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (19)$$

$$x_k = x_k^- + K_k(z_k - Hx_k^-) \quad (20)$$

$$P_k = (1 - K_k H) P_k^- \quad (21)$$

式(17): 由上一定位的状态(方向与速度)预测当前的状态, 加上外界的输入, 其中 x 是系统的状态向量, A 是转换矩阵, u 是系统输入, B 是将输入转换为状态的矩阵。

式(18): 预测过程增加了新的不确定性 Q , 加上之前存在的不确定性。

式(19): 由预测结果的不确定性 P_k^- 和观测结果的不确定性 R 计算卡尔曼增益(权重), 其中 H 是观测矩阵[23]。

式(20): 对预测结果和观测结果做加权平均, 得到当前时刻的状态估计。其中 z 为测量值, 即定位的位置坐标; $(z_k - Hx_k^-)$ 为残差, 是预测值与测量值之间的差距; K 是卡尔曼增益, 若 $K=0$, 则预测值与真实值相等。

式(21): 更新 P_k , 代表本次状态估计的不确定性[20-22]。

在定位中状态 x_k^- 是一个向量, 除了坐标外还可以包含速度, 比如 $x_k^- = (\text{坐标 } x, \text{坐标 } y, \text{速度 } x, \text{速度 } y)$ 。

4 仿真与实验

通过 MATLAB 对改进前后的算法进行仿真, 仿真平面空间大小为 90cm×90cm, 如图 7 和图 8 所示。

图 7 和图 8 代表了 TOA 算法改进前后的误差分析, 单位都是厘米, 从图中我们可以看出, 与改进后的算法相比, 改进前算法误差主要分布在在 0cm-6cm 的范围内, 而改进后算法误差主要分布在在 0cm-3cm 的范围内。以不同的速度值通过对坐标的数据采集如表 1 所示, 其坐标图如图 9 所示。

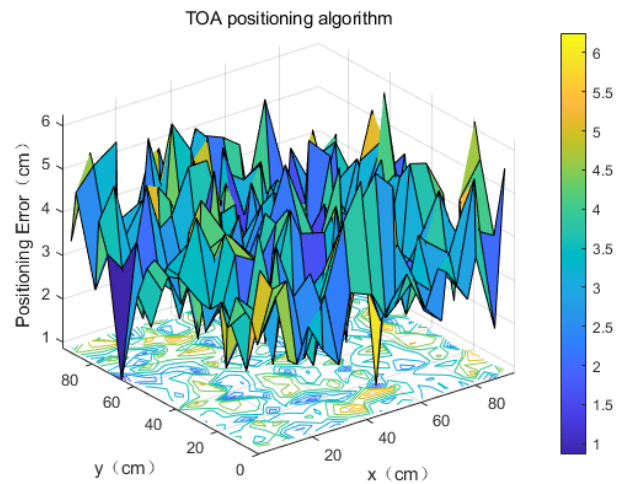


图 7 TOA 改进前误差分布

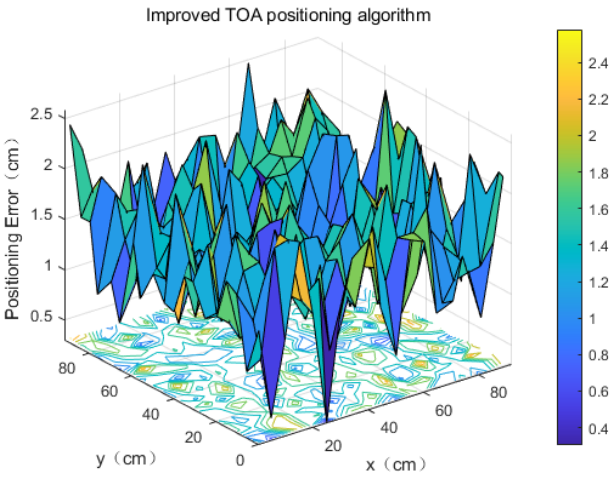


图 8 TOA 改进后误差分布图

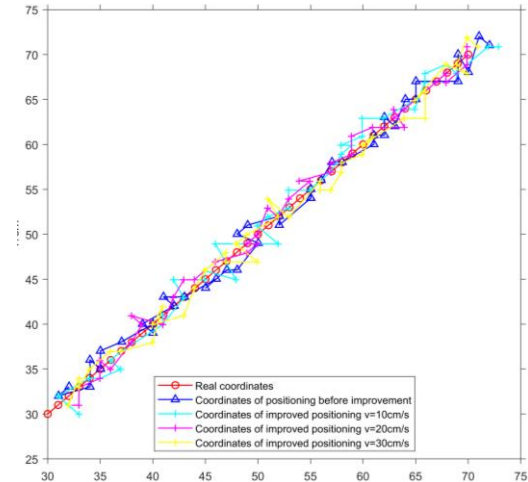


图 9 匀速移动时测量位置坐标点图

表 1 TOA 算法改进后实验仿真数据

	真实坐标	改进前静止测量坐标	改进后 v=10cm/s	改进后 v=20 cm/s	改进后 v=30 cm/s
x/cm	10	12.03173	13.009	12.00778	12.00982
	20	22.03066	19.98634	21.98277	20.98059
	30	32.02595	31.95821	30.97805	30.96565
	40	43.01669	41.93116	41.94912	39.93368
	50	53.02953	52.92231	50.92074	49.91694
	60	63.0168	61.89433	60.90873	60.88896
	70	74.0287	69.87713	71.88369	70.87063
	80	83.0207	79.84894	81.86468	82.88087
y/cm	10	13.037	10.00969	11.01432	10.99455
	20	22.01281	20.99743	19.99109	19.98617
	30	33.02318	31.96366	30.9485	31.95221
	40	43.02256	40.93457	40.93619	39.94145
	50	54.01374	50.92411	51.90846	50.91417
	60	62.0218	59.90894	59.88841	61.90236
	70	72.03707	69.86707	71.85044	70.87185
	80	83.03045	79.83239	82.86099	80.86396

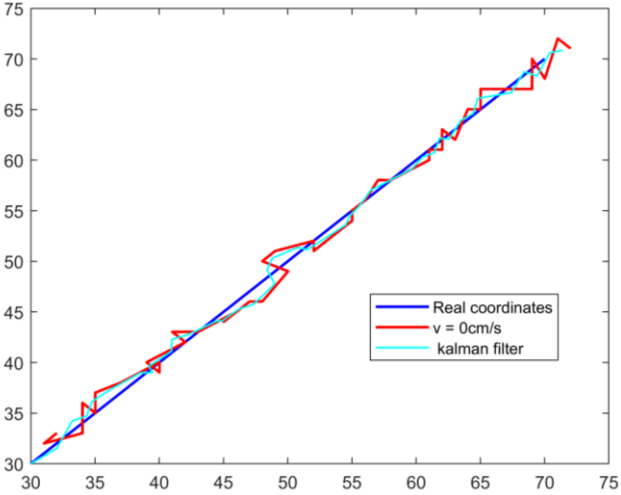


图 10 速度为 0cm/s 时的卡尔曼滤波效果

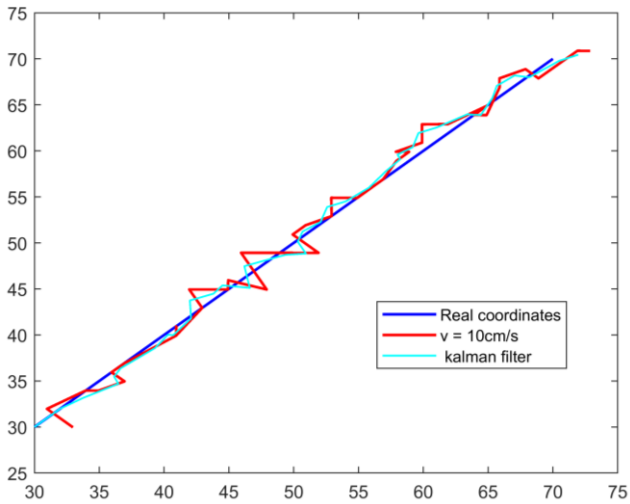


图 11 速度为 10cm/s 时的卡尔曼滤波效果

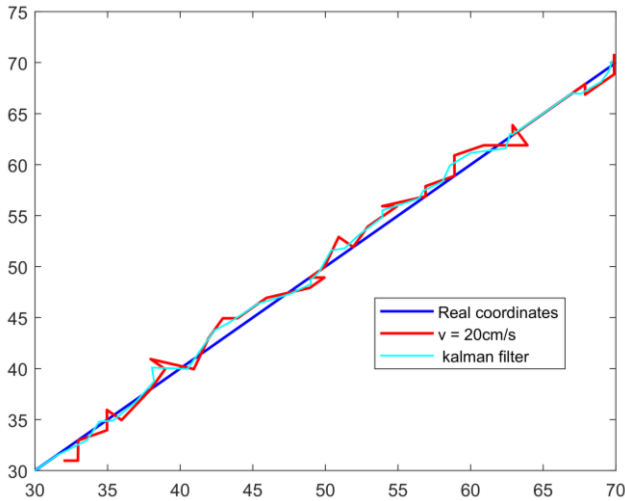


图 12 速度为 20cm/s 时的卡尔曼滤波效果

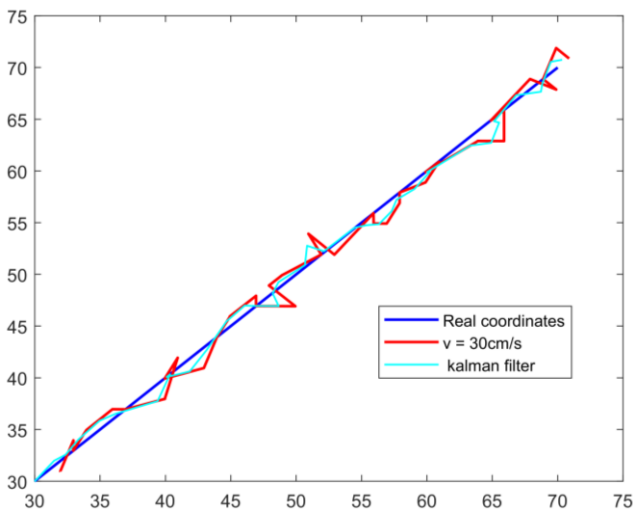


图 13 速度为 30cm/s 时的卡尔曼滤波效果

再将所得的数据通过卡尔曼滤波算法进行修正,前进方向的速度分别是 10cm/s、20cm/s、30cm/s,对每个速度的定位结果进行仿真,仿真时将速度分解为 x 轴方向和 y 轴方向的分速度;因为是二维定位,所以系统参数设定为常数, H 设为单位矩阵;过程噪声 Q 和测量噪声 R 由系统本身决定,定位误差在 3cm 左右,计算其方差后设定测量误差 R 皆为 $4e-3$,初始最优估计值设定为第一个定位坐标值,初始最优估计值 Q_0 误差设定为 3,仿真结果如图 10-13 和表 2 所示,从表格 2 的结果可以看出,每个定位点的 x 轴方向坐标误差大都保持在 2cm 以内, y 轴方向坐标误差也都保持在 2cm 以内,每一个测试点的实际位置和系统定位位置之间

的距离平均误差为 1.2380cm,基本满足定位系统的预期目标。

实验时的超声波定位系统结构如图 14 所示。该定位系统采用的硬件主要有:超声波发射端若干,与之对应的超声波接收端,超声波信号接收电路以及发射电路,核心板 Arduino Uno,计算机以及各种线材,厘米方格纸,框架是由 90cm×90cm×90cm 的铝材搭建。而其软件部分主要有:用于数据收发处理的程序以及用于最终定位结果计算的程序组成[14]。实验时,只选择 10cm/s 的速度进行实验,并且将速度分解为 x 轴方向和 y 轴方向的分速度。

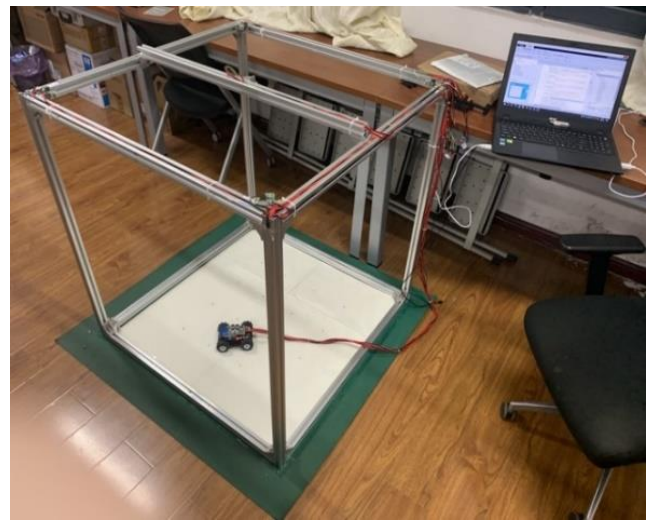


图 14 实验系统

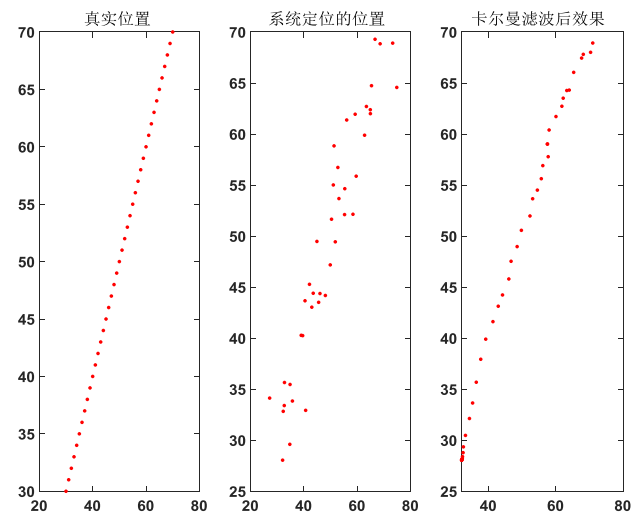


图 15 实验效果

表 2 卡尔曼滤波实验仿真数据分析

平均误差/cm	误差补偿后的测量值			卡尔曼滤波后的数值		
	X 坐标	y 坐标	距离	x 坐标	y 坐标	距离
	2.2883	2.6996	2.4148	1.3061	1.1076	1.2380

表 3 实验数据分析

平均误差/cm	误差补偿后的测量值			卡尔曼滤波后的数值		
	X 坐标	y 坐标	距离	x 坐标	y 坐标	距离
	3.3072	2.2473	3.7096	2.6129	2.013	2.3437

从图 15 以及表 3 的最终效果可以表明，在待定位物体匀速运动时，定位精度也可以稳定在时间补偿因子的基础上进一步提高，能够很好的针对具有一定速度的待定位物体进行定位，基本满足定位系统的仿真结果。

5 结论

通过对混合算法的超声波定位系统进行定位实验，最终的结果表明，虽然实际实验没有达到仿真效果，但使用混合算法的定位系统的定位误差能够稳定在 3cm 左右，能够很好的针对具有一定速度的待定位物体进行定位。未来还可以通过几个方面来进一步改进：通过严格时间同步来提高精度；确定待定位物体在一定速度下的精度范围；当确定精度范围时使用发射角可旋转发射端增加覆盖范围用以减少超声波接收端的数量并大幅度降低成本。

基金项目

国家自然科学基金资助项目(51875069);重庆理工大学研究生创新项目 gzlcx20223131。

参考文献

[1] 蔡志猛. 5G 移动通信发展趋势与若干关键技术 [J]. 数字技术与应用, 2015 (02): 41-41.

[2] Saez-Mingorance B, Mendez-Gomez J, Mauro G, et al. Air-Writing Character Recognition with Ultrasonic Transceivers [J]. Sensors, 2021, 21 (20): 6700.

[3] Chen M, AlRegib G, Juang B H. Air-writing recognition—Part I: Modeling and recognition of characters, words, and connecting motions [J]. IEEE Transactions on Human-Machine Systems, 2015, 46 (3): 403-413.

[4] Chen M, AlRegib G, Juang B H. Air-writing

recognition—Part II: Detection and recognition of writing activity in continuous stream of motion data [J]. IEEE Transactions on Human-Machine Systems, 2015, 46 (3): 436-444.

[5] 王君, 谢之光, 吕东航,等. 基于超声波定位的舞台自动追光灯设计 [J]. 电子设计工程, 2016, 24 (4): 3.

[6] 余昌佳, 郑建勇, 何嘉弘, 等. 时差筛选和 ABC 二次寻优的变压器局放超声定位方法 [J]. 高电压技术, 2021, 47 (8): 8.

[7] 律方成, 李海德, 王子建,等. 基于 TEV 与超声波的开关柜局部放电检测及定位研究 [J]. 电测与仪表, 2013, 50 (11): 6.

[8] 孙红新, 叶小岭, 胡凯. 基于超声波的移动机器人的同时定位和地图构建 [J]. 计算机测量与控制, 2011, 19 (11): 3.

[9] 丁兵, 黄燕琳, 徐鸽,等. 管材纵向焊缝超声波检测缺陷定位方法研究 [J]. 造船技术, 2014 (3): 4.

[10] Zhuang Y, Hua L, Qi L, et al. A survey of positioning systems using visible LED lights [J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2018, 20 (3): 1963-1988.

[11] Ohtani K, Baba M, Tanii Y. An ultrasonic local positioning system using four base stations [C] // SICE Annual Conference 2011. IEEE, 2011: 1-5.

[12] 王昕, 王宗欣, 刘石. 一种考虑非视线传播影响的 TOA 定位算法[J]. 通信学报, 2001, 22 (3): 1-8.

[13] 李广羽. 基于 TOA 无锚定位算法的无线传感器节点硬件平台研究 [J]. 煤炭技术, 2011, 30 (012): 169-170.

[14] 张兴红, 陈然, 张志忠, 孙冰曼, 徐翊. 基于 TOA 算法的超声波定位节点布局研究 [J/OL]. 重庆理工大学学报 (自然科学): 1-8 [2022-05-06].

[15] 陈燕. 基于 UWB 的高精度室内三维定位技术研究 [D]. 电子科技大学, 2018.

[16] 张文勇. 机器人装配应用中的视觉引导关键技术研究 [D]. 安徽工业大学, 2019.

[17] An Introduction to the Kalman Filter[M]. University of North Carolina at Chapel Hill, 1995.

- [18] Faragher R. Understanding the Basis of the Kalman Filter Via a Simple and Intuitive Derivation [Lecture Notes] [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2012, 29 (5): 128-132.
- [19] Lacey T. Tutorial: The Kalman Filter [J]. Georgia Institute of Technology, 1998.
- [20] 王旭哲. 基于大规模天线阵列波束定位跟踪策略研究 [D]. 东南大学, 2019.
- [21] 李爱双, 夏宁. 基于粒子滤波和卡尔曼滤波的室内定位方法研究 [J]. 资源信息与工程, 2019, 34 (03): 163-164.
- [22] 邵明. 基于无线传感网的智能小车室内定位方法的研究 [D]. 新疆大学, 2018.
- [23] 薛伟成. FM 指纹定位的技术研究 [D]. 中国科学院大学 (中国科学院国家授时中心), 2020. DOI: 10.27547/d.cnki.gkgsc.2020.000021.

作者简介

张兴红

1970 年生, 博士, 教授, 硕士生导师. 主要研究方向: 计算机辅助测量技术、智能检测与传感器技术、现代超声波精密测试技术.

E-mail: zxh@cqut.edu.cn

陈然

1996 年生, 硕士研究生, 主要研究领域为智能传感器与定位算法.

E-mail: crnono@yeah.net